

Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität

B O N N

D I P L O M A R B E I T

Risikoprämien in der Renditestruktur
festverzinslicher Wertpapiere

Referent: Prof. Dr. M. J. M. Neumann

Vorgelegt von:

cand. rer. pol. Rainer Maurer
Hermannstr. 53
5300 Bonn 3

Abgabetermin : 12.10.1988

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Problemstellung	1
2. Theorien der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere	1
2.1 Überblick	1
2.2 Die Erwartungstheorie der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere	3
2.2.1 Darstellung	3
2.2.2 Kritik der Erwartungstheorie	4
2.3 Die CAP-Theorie der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere	5
2.3.1 Beschreibung des konsumorientierten CAP-Modells	5
2.3.2 Die Analyse der Risikoprämien festverzinslicher Wertpapiere mit einem konsumorientierten CAP-Modell	7
2.3.3 Kritik der konsumorientierten CAP-Theorie	10
3. Empirische Tests	10
3.1 Überblick	10
3.2 Test der rationalen Erwartungshypothese des Zinses	11
3.2.1 Testansatz	11

	Seite
3.2.2 Das ökonometrische Verfahren	12
3.2.2.1 Der Bonferroni t-Test	13
3.2.2.2 Der Hotelling T^2 -Test	13
3.2.3 Die Testergebnisse	14
3.3 Test der Überreaktionshypothese	17
3.3.1 Testansatz	17
3.3.2 Die Testergebnisse	19
3.4 Test der Konsumrisikohypothese	21
3.4.1 Testansatz	21
3.4.2 Das ökonometrische Verfahren	23
3.4.3 Die Testergebnisse	25
3.5 Test der Ertrag-Varianz Relation	28
3.5.1 Testansatz	28
3.5.2 Das ökonometrische Verfahren	30
3.5.3 Die Testergebnisse	33
3.6 Test des CCAP-Modells mit latentem Konsum- portfolio	36
3.6.1 Testansatz	36
3.6.2 Das ökonometrische Verfahren	37
3.6.3 Die Testergebnisse	38
4. Zusammenfassung	42
Verzeichnis der Anhänge	45
Literaturverzeichnis	

1. Problemstellung

Risikoprämien in der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere können definiert werden als die erwartete Differenz zwischen der von der Renditestruktur im Zeitpunkt t implizierten Zinsrate $[P(t,T)/P(t,T+1)]$ einer zukünftigen Periode $T+1$ und der von den Wirtschaftssubjekten für diese Periode erwarteten Zinsrate $[E_t(1 + R_{T+1})]$.¹⁾

$$(1) \quad \Psi(t,T) = P(t,T)/P(t,T+1) - E_t(1 + R_{T+1})$$

Gegenstand dieser Arbeit ist die Darstellung und Auswertung empirischer Tests ab 1980, die einen Rückschluß auf die Existenz und Ursachen von Risikoprämien in der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere ermöglichen.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Teil 2 werden Theorien und daraus abgeleitete Hypothesen zur Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere dargestellt und diskutiert. Teil 3 enthält die Beschreibung und Diskussion der ausgewählten Tests und in Teil 4 wird eine zusammenfassende Bewertung gegeben.

2. Theorien der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere

2.1 Überblick

In dieser Arbeit werden drei konkurrierende Hypothesen zur Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere unterschieden: Die Erwartungshypothese des Zinses (im folgenden EHZ), die die Existenz von Risikoprämien ausschließt,²⁾ die Liquiditätspräferenzhypothese des Zinses (im folgenden LPZ), die positive, konstante, monoton mit der Laufzeit ansteigende Risikoprämien postuliert und die Konsumrisikohypothese (im folgenden KRH), nach der die Risikoprämien variable und von der Korre-

1) Zur Notation und Definition der Begriffe siehe Anhang (1).

$\Psi(t,T)$ ist eine von vier möglichen Definitionen von Risikoprämien der Renditestruktur [vgl. Anhang (2 a) und (2 c)] und wird im folgenden "forward Prämie" genannt.

2) In der Literatur wird häufig auch eine Version der EHZ diskutiert, die die Existenz von konstanten Risikoprämien zuläßt. Um mögliche Unklarheiten auszuschließen, wird im folgenden nur die obige, engere Definition der EHZ, die in der Literatur bisweilen auch reine EHZ genannt wird, verwendet.

lation der Erträge mit dem Konsumzeitreihenprozeß abhängige Größen sind. Im theoretischen Teil der Arbeit wird die Erwartungstheorie des Zinses, auf der die EHZ basiert, und die der KRH zugrundeliegende konsumorientierte CAP-Theorie dargestellt und diskutiert. Die Liquiditätspräferenztheorie des Zinses, auf die die LPZ zurückgeführt wird, liefert keine vollständige Begründung der LPZ. Weil die LPZ darüberhinaus als Spezialfall der KRH interpretiert werden kann, wird auf eine Darstellung der Liquiditätspräferenztheorie im Hauptteil dieser Arbeit verzichtet. Sie wird stattdessen in Anhang (5) diskutiert. Wie sich zeigt, beruht die Erwartungstheorie des Zinses auf einer inkonsistenten Ausgangsannahme. Wegen der grundsätzlichen Bedeutung dieser Problematik, und wegen der Rolle, die die EHZ in der empirischen Literatur als Gegenhypothese zu jeder Form von Risikoprämienhypothese spielt, wird sie in Abschnitt 2.2 besprochen.

Auf eine Diskussion der allgemeinen CAP-Theorie wird in dieser Arbeit verzichtet. Stattdessen wird ausschließlich das konsumorientierte CAP-Modell (im folgenden CCAP-Modell) diskutiert. Dies geschieht aus drei Gründen: Erstens kann das CCAP-Modell, wie Breeden (22)¹⁾ zeigt, ohne Beschränkung der Allgemeinheit aus einem CAP-Modell abgeleitet werden. Zweitens ist das CCAP-Modell wegen der Beschränkung der Einflußfaktoren auf den Konsumprozeß in der ökonomischen Argumentation leichter zu handhaben. Drittens werden in der durchgesehenen Literatur ausschließlich Implikationen des CCAP-Modells getestet.²⁾

1) Die Zahl hinter dem Namen eines Autors bezieht sich stets auf die Quellenangabe im Literaturverzeichnis.

2) Die auf Modigliani-Sutch (13) zurückgehende "Preferred-Habitat"-Hypothese, die von "Anlagegewohnheiten" der Wirtschaftssubjekte abhängige Risikoprämien postuliert, wird nicht diskutiert, weil sie in der dieser Arbeit zugrundeliegenden Testliteratur keine Berücksichtigung mehr findet. Eine Kritik dieser Hypothese findet sich bei Cox-Ingersoll-Ross (10), S. 784 ff und Woodward (2), S. 348.

2.2 Die Erwartungstheorie der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere

2.2.1 Darstellung

Die Erwartungstheorie des Zinses basiert auf der Annahme der Homogenität festverzinslicher Wertpapiere mit unterschiedlicher Laufzeit. Aus dieser Annahme lassen sich vier Versionen der EHZ ableiten, die in nichtstochastischer Schreibweise Tautologien sind, unter Berücksichtigung der Stochastik sich jedoch gegenseitig ausschließen können.¹⁾

Die Ausgangsannahme der EHZ kann also zum Widerspruch geführt werden. Sie ist in dieser Form inkonsistent. Um trotz dieser Probleme eine Darstellung der auf der Ausgangsannahme aufbauenden Argumentationsweise geben zu können, wird im folgenden eine Version der EHZ (Anhang (2 a), Gleichung 2.4) exemplarisch dargestellt:

Sind festverzinsliche Wertpapiere mit unterschiedlicher Laufzeit homogen, so sind die Wirtschaftssubjekte indifferent gegenüber dem Halten eines Papierses mit der Laufzeit T und der Laufzeit T+1, solange die Erträge, die sich mit beiden Strategien erzielen lassen, gleich sind. Das heißt solange:

$$(2) [1/P(t,T)] E_t(1 + R_{T+1}) = 1/P(t,T+1)$$

gilt. Ändern sich die Erwartungen der Wirtschaftssubjekte über den in der Periode T+1 herrschenden Einperiodenzinssatz, R_{T+1} , ist das mit (2) beschriebene Gleichgewicht gestört. Die dadurch entstandene Arbitragemöglichkeit führt (Nutzenmaximierung der Wirtschaftssubjekte vorausgesetzt) zu einem Anpassungsprozeß an dessen Ende (2) wieder gilt: Erwarten die Wirtschaftssubjekte aufgrund neuer Informationen beispielsweise eine höhere Zinsrate für Periode T+1, so ist der erwartete Ertrag, der durch das Halten eines festverzinslichen Wertpapierses mit der Laufzeit T und eines "Einperiodenpapierses" in der Periode T+1 erzielt werden kann, "für einen Augenblick" größer als der Ertrag eines Papierses mit der Laufzeit T+1:

1) Cox-Ingersoll-Ross (10) weisen auf diese Problematik hin. Anhang (2 a) und (2 b) enthält eine Beschreibung.

$$(3) \quad 1/P(t,T) E_t(1 + R_{T+1}) > 1/P(t,T+1)$$

Die Halter des Papieres mit $T+1$ Perioden Laufzeit werden in Periode t versuchen, dieses Papier zu verkaufen, um stattdessen ein Papier mit der Laufzeit T zu erwerben. Weil dies unter den gegebenen Annahmen alle Wirtschaftssubjekte versuchen werden, wird der Kurs $P(t,T)$ solange steigen, und der Kurs $P(t,T+1)$ solange fallen, bis Gleichung (2) wieder gilt.¹⁾ Gleichung (2) ist identisch mit Gleichung (1), wenn die Risikoprämie in Gleichung (1) gleich Null ist ($\Psi(t,T) = 0$). Die hier beschriebene Version der EHZ ist folglich die Gegenhypothese zu einer Hypothese, die eine von Null verschiedene Risikoprämie vom Typ $\Psi(t,T)$ postuliert.

2.2.2 Kritik der Erwartungstheorie

Die ökonomische Kritik der Erwartungstheorie richtet sich gegen die Annahme der Homogenität festverzinslicher Wertpapiere mit unterschiedlicher Laufzeit. Insbesondere wird kritisiert, daß damit unterstellt wird, die Wirtschaftssubjekte seien risikoneutral und unterschieden zwischen Anlagestrategien mit ex ante sicheren und unsicheren Erträgen nicht.

Die von Cox-Ingersoll-Ross (10) vorgebrachte Kritik basiert dagegen auf rein formalen Argumenten. Sie zeigen, daß die Annahme der Homogenität festverzinslicher Wertpapiere unterschiedlicher Laufzeit zu allgemein ist und mit den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung zum Widerspruch geführt werden kann.²⁾

Konsequenz dieser Inkonsistenz sind die sich gegenseitig ausschließenden Versionen der EHZ. Da nicht alle dieser Versionen gleichzeitig gelten können, ist unklar, welche Version zu einem Test der EHZ verwendet werden soll. Es zeigt sich also, daß eine Theorie der Renditestruktur die unterschiedlichen stochastischen Eigenschaften der EHZ-Versionen berücksichtigen muß. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, kann die CCAP-Theorie dieses leisten.

- 1) Analog kann die Argumentation auch von der Angebotsseite geführt werden: Anbieter festverzinslicher Wertpapiere werden wegen des relativ niedrigen Zinssatzes verstärkt $(T+1)$ -Papiere anbieten bzw. versuchen, (T) -Papiere zurückzukaufen, bis Gleichgewichtsbedingung (2) wieder gilt.
- 2) Anhang (2 d) enthält ein Beispiel dieses Nachweises.

2.3 Die CAP-Theorie der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere

2.3.1 Beschreibung des konsumorientierten CAP-Modells

Notwendige Bedingung für ein intertemporales Nutzenmaximum eines Wirtschaftssubjektes in diskreter Zeit ist:¹⁾

$$(4) \quad P_i(t) \cdot u_c(t) = E_t(P_i(t+1) \cdot u_c(t+1))$$

Gleichung (4) entspricht dem intertemporalen zweiten Gossen'schen Gesetz. Danach muß der marginale Nutzenverzicht, der in Periode t für den Kauf des i -ten Aktivums geleistet wird, gleich dem erwarteten, mit der subjektiven Zeitpräferenzrate abdiskontierten marginalen Nutzengewinn sein, der durch den Konsum des Erlöses des i -ten Aktivums in der Periode $t+1$ erzielt werden kann.

Definiert man die intertemporale, marginale Substitutionsrate des Konsumes als $u_c(t+1)/u_c(t) = m_{t+1}$ und den Realertrag des i -ten Aktivums als $P_i(t+1)/P_i(t) = (1 + h_{i,t+1})$ [Es wird der Einfachheit halber unterstellt, daß das i -te Aktivum ein Nullkupon (vgl. Anhang (1)) ist.] kann Gleichung (4) unter Berücksichtigung des Kovarianzzerlegungssatzes umgeschrieben werden:

$$(5) \quad E_t(1 + h_{i,t+1}) = [1 - \text{cov}_t(h_{i,t+1}, m_{t+1})] / E_t(m_{t+1})$$

Für ein Aktivum mit risikoneutralem Ertrag²⁾, $h_{o,t+1}$, gilt dann:

$$(6) \quad E_t(1 + h_{o,t+1}) = 1 / E_t(m_{t+1})$$

Durch Subtraktion von (5) und (6) erhält man:

$$(7) \quad E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) = - \text{cov}_t(h_{i,t+1}, m_{t+1}) / E_t(m_{t+1})$$

- 1) $P_i(t)$ entspricht dem Realkurs des i -ten Aktivums zum Zeitpunkt t , $u_c(t)$ entspricht dem Grenznutzen der in Zeitpunkt t konsumierten Konsummenge. Zur Beschreibung der unterstellten Konsumfunktion siehe Anhang (6).
- 2) Es wird folgende Sprachregelung verwendet: risikoneutraler Ertrag: $\text{cov}(h_{i,t+1}, m_{t+1}) = 0$; risikomindernder Ertrag: $\text{cov}(h_{i,t+1}, m_{t+1}) > 0$; riskanter Ertrag: $\text{cov}(h_{i,t+1}, m_{t+1}) < 0$. Zur Erklärung siehe Anhang (6).

Gleichung (7) ist der "Grundbaustein" des CCAP-Modells, dessen vollständige Beschreibung in Anhang (6) gegeben wird. An ihr läßt sich die Konsumrisikohypothese erläutern: Der Ertrag des i -ten Aktivums ist nach (7) niedriger (höher) als der Ertrag des risikoneutralen Aktivums, wenn er positiv (negativ) mit der intertemporalen, marginalen Substitutionsrate des Konsumes kovariiert.¹⁾ Grund dafür ist, daß bei einer positiven (negativen) Kovarianz der Ertrag des i -ten Aktivums dann hoch (niedrig) ist, wenn er den größeren (kleineren) Grenznutzen stiftet. Ein positiv (negativ) kovariierender Ertrag erbringt also "im Durchschnitt" einen höheren (niedrigeren) Nutzen als ein negativ (positiv) kovariierender oder risikoneutraler Ertrag. Aus diesem Grunde wird ein Aktivum dessen Ertrag positiv (negativ) mit der intertemporalen Substitutionsrate des Konsumes kovariiert stärker (schwächer) nachgefragt als ein Aktivum mit risikoneutralem Ertrag, so daß es zu einem niedrigeren (höheren) Ertrag als das risikoneutrale Aktivum am Markt abgesetzt werden kann.

Da ein positiv mit der intertemporalen Substitutionsrate des Konsumes kovariierender Ertrag die Varianz des Konsumes eines Wirtschaftssubjektes verringert, wird auch davon gesprochen, daß ein Aktivum mit einem solchen Ertrag "Versicherungsqualität gegen das Konsumrisiko" besitzt.²⁾

Unter einer Reihe von Annahmen kann gezeigt werden, daß (7) auch für den aggregierten Grenznutzen aller Wirtschaftssubjekte gilt und deshalb als allgemeine "Aktivabewertungsgleichung" verwendet werden kann.³⁾

- 1) Der Konsum ist innerhalb des CCAP-Modells eine Zufallsvariable, deren Realisation endogen von der Realisation der relevanten Zustandsvariablen, wie Produktion, Einkommen, Besteuerung usw. abhängt. Breeden (22) zeigt, daß diese Endogenität des Konsumes den Verzicht auf die Berücksichtigung aller anderen Zustandsvariablen bei der Bestimmung des Risikos eines Aktivums im CCAP-Modell ermöglicht.
- 2) Eine grafische Darstellung dieses Zusammenhanges befindet sich in Anhang (7).
- 3) vgl. dazu Breeden (22) und Grossman-Shiller (24).

2.3.2 Die Analyse der Risikoprämien festverzinslicher Wertpapiere mit einem CCAP-Modell

Alle vier Risikoprämientypen bestehen aus der Differenz einer Anlagestrategie mit einem ex ante fixen, also risikoneutralen Ertrag und einem ex ante unsicheren, also risikomindernden oder riskanten Ertrag. Das Vorzeichen des jeweiligen Risikoprämientyps hängt nach der CCAP-Theorie von der Korrelation des unsicheren Ertrages mit dem Konsumprozeß ab. Dieser Zusammenhang wird im folgenden exemplarisch für die holding Prämie (Gleichung (2.5), Anhang (2)) analysiert. Anhang (8) enthält die gleiche Analyse für die forward und roll-over Prämie.

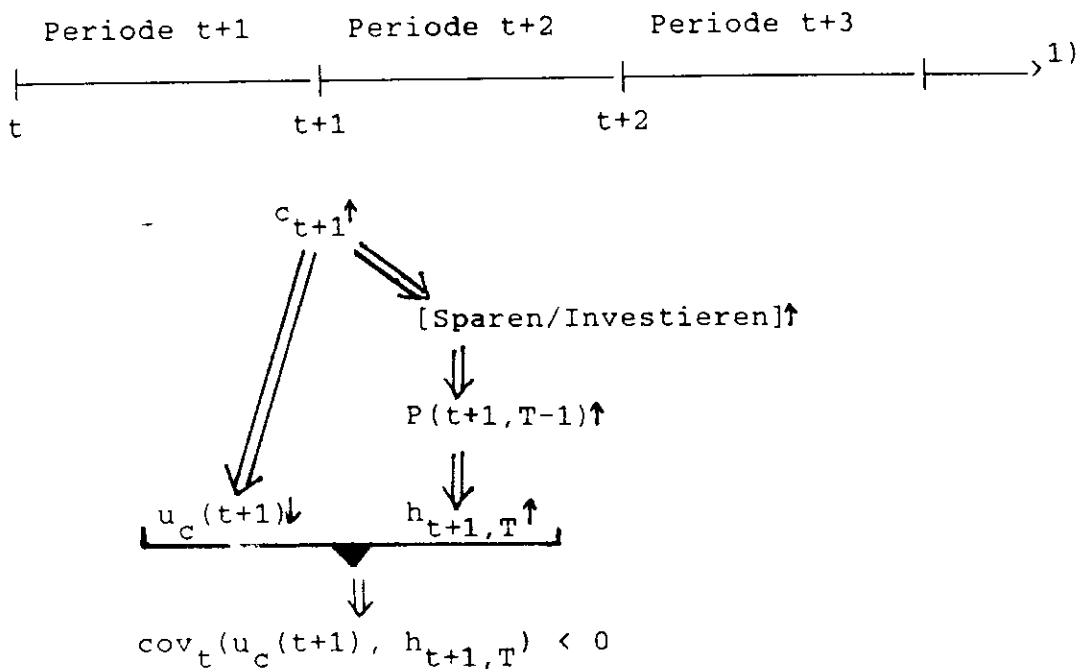
Durch die Anwendung der intertemporalen Gleichgewichtsbedingungen auf die Definition der holding Prämie kann folgende Beziehung abgeleitet werden:¹⁾

$$(8) \Phi(t, T) = [-1/E_t(u_c(t+1))] \text{cov}_t(u_c(t+1), h_{t+1, T})$$

Nach (8) ist die holding Prämie dann positiv, wenn der erwartete Periodenertrag des langfristigen Papiers $[E_t(1 + h_{t+1, T}) = E_t(P(t+1, T-1)/P(t, T))]$ negativ mit dem erwarteten Grenznutzen in Zeitpunkt $t+1[u_c(t+1)]$ kovariiert und folglich das Konsumrisiko im Zeitpunkt $t+1$ vergrößert. Der Ertrag des ex ante feststehenden, also risikoneutralen Einperiodenpapiers ist dann relativ risikoärmer, so daß die Wirtschaftssubjekte nur dann bereit sind das langfristige Papier zu halten, wenn es einen um eine Risikoprämie höheren Ertrag als das Einperiodenpapier abwirft.

Damit stellt sich die Frage nach dem Vorzeichen der Kovarianz von Gleichung (8). Susan Woodward (2) untersucht die gleiche Frage im Zusammenhang mit der CCAP-Analyse der forward Prämie anhand eines makroökonomischen Partialmodells.²⁾ Dieses Verfahren kann auch auf die holding Prämie angewendet werden und soll an folgendem Zeitstrahl verdeutlicht werden:

1) Zur vollständigen Herleitung siehe Anhang (8 a)
2) vgl. Anhang (8 b)



In diesem Szenario erwarten die Wirtschaftssubjekte im Zeitpunkt t, daß ihr Konsum im Zeitpunkt t+1 um einen bestimmten Erwartungswert schwankt.¹⁾ Realisiert sich der Konsum über seinem Erwartungswert (c_{t+1} ↑), versuchen die Wirtschaftssubjekte durch vermehrtes Sparen und Investieren einen Teil ihres Konsumes in Periode t+3 zu transferieren.²⁾

- 1) Notation: x ↑ bedeutet, daß sich die Zufallsvariable x über ihren im Zeitpunkt t erwarteten Wert realisiert; x ↓ bedeutet das Gegenteil; x ↑ $\Rightarrow$ y ↑ bedeutet, daß die Zufallsvariable x die Zufallsvariable y so beeinflusst, daß beide stets positiv kovariieren; x ↑ $\Rightarrow$ y ↓ bedeutet das Gegenteil.
- 2) Bei der hier unterstellten Nutzenfunktion maximieren die Wirtschaftssubjekte den erwarteten Nutzen, indem sie ihren Konsum so planen, daß die erwarteten (mit der subjektiven Zeitpräferenzrate abdiskontierten) Grenznutzenraten aller Perioden gleich sind. Bei einer positiven Abweichung der Konsummenge einer Periode von ihrem erwarteten Wert (was zu einer negativen Abweichung von der für diese Periode geplanten Grenznutzenrate führt) sind die Wirtschaftssubjekte deshalb bemüht, einen Teil ihres Überschusses in die nachfolgenden Perioden zu transferieren, um auf diese Weise die (abdiskontierten) Grenznutzenraten wieder anzugleichen. Es genügt, in der obigen Argumentation zu unterstellen, daß ein solches "Konsumglättungsverhalten" von den Wirtschaftssubjekten "tendenziell" praktiziert wird.

Das erhöhte Spar- und Investitionsvolumen führt - unterstellt man abnehmende Grenzerträge in der Produktion - zu einem unerwartet niedrigen Realzins in Periode $t+2$, so daß der Realkurs des langfristigen Papiers in Zeitpunkt $t+1$ über seinen Erwartungswert steigt $[P(t+1, T-1) \uparrow]$. Ein Anstieg des Kurses des langfristigen Wertpapiers zum Zeitpunkt $t+1$ hat zur Folge, daß der Ertrag dieses Papiers in Periode $t+1$ ex post höher ist als erwartet wurde $[(1 + h_{t+1, T}) \uparrow = P(t+1, T-1) \uparrow / P(t, T)]$. Da der unerwartete Anstieg des Konsumes zu einer unerwartet niedrigen Grenznutzenrate führt $[u_c(t+1) \downarrow]$, resultiert eine negative Kovarianz zwischen $h_{t+1, T}$ und $u_c(t+1)$.¹⁾ Unterstellt man, daß die Wirtschaftssubjekte diesen Zusammenhang in Zeitpunkt t kennen (also eine negative Kovarianz in Gleichung (8) erwarten), so ist die erwartete holding Prämie positiv. Da diese Relation für jede beliebige Periodenlänge gelten muß, kann aus Gleichung (8) gefolgert werden, daß bei einer negativen Kovarianz ein langfristiges Papier im Marktgleichgewicht einen höheren Ertrag abwirft, als eine vergleichbare Serie kürzerfristiger Papiere. Unter diesen Bedingungen steigen die holding Prämien festverzinslicher Wertpapiere mit der Laufzeit an. Ist die Kovarianz darüberhinaus konstant, so daß auch die holding Prämien konstant sind, kann aus diesem Spezialfall die LPZ abgeleitet werden.

Die Kovarianz in Gleichung (8) ist allerdings nicht notwendigerweise positiv. Unterstellt man, daß der Konsum in dieser Ökonomie "stark" positiv autokorreliert ist, so daß ein unerwartet hoher Konsum in Zeitpunkt $t+1$ den Wirtschaftssubjekten die Information gibt, daß der Konsum in Zeitpunkt $t+2$ wahrscheinlich auf einem noch höheren Niveau liegt, haben die Wirtschaftssubjekte einen geringeren Anreiz, Konsum von Zeitpunkt $t+1$ nach Zeitpunkt $t+2$ zu transferieren. In diesem Szenario ist es möglich, daß die Realisation des Kurses des langfristigen Papiers $[P(t+1, T-1)]$ gleich dem erwarteten Wert ist oder auch darunter liegt, so daß eine positive Kovarianz in Gleichung (8) möglich ist.

1) Wegen der Symmetrie der Argumentationsweise ergibt sich im Fall einer unter dem Erwartungswert liegenden Realisation des Konsumes $[c_{t+1} \downarrow]$ ebenfalls eine negative Kovarianz.

Zusammenfassend kann festgehalten werden: Nach der CCAP-Theorie sind festverzinsliche Wertpapiere mit unterschiedlicher Laufzeit nur dann homogen, wenn ihre Periodenerträge nicht mit dem Konsumprozeß korreliert sind. In allen anderen Fällen sind die hier untersuchten Risikoprämien von Null verschieden [vgl. die Ergebnisse in Anhang (8)] und variieren mit ihrer Kovarianz mit dem Konsum. Das Vorzeichen der Risikoprämien läßt sich im Rahmen eines CCAP-Modells nicht a priori bestimmen. Zusätzliche Annahmen über die zugrundeliegende Ökonomie und die stochastischen Eigenschaften des Konsumprozesses sind dazu notwendig. Ob das Szenario, in dem die Risikoprämie positiv ist, die Realität besser beschreibt als das Szenario, in dem die Risikoprämie negativ oder Null ist, ist - trotz möglicher Plausibilitätserwägungen [vgl. Woodward (2) S. 359 - 360] - eine empirische Frage.

2.3.3 Kritik der CCAP-Theorie

Die CCAP-Theorie liefert eine mikroökonomische (haushaltstheoretische) Begründung von Risikoprämien in der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere. Im Gegensatz zu den zuvor diskutierten Renditestrukturtheorien lassen sich gegen sie keine formalen Einwände erheben. Inwieweit dieser mikroökonomische Ansatz auf den makroökonomischen Bereich übertragbar ist, soll unter anderem in den folgenden empirischen Tests untersucht werden.

3. Empirische Tests

3.1 Überblick

Der empirische Teil beginnt mit einem Test der rationalen EHZ [im folgenden REHZ], der die REHZ falsifiziert. Dies wirft die Frage auf, ob die Falsifikation durch systematische Prognosefehler, also nichtrationale Erwartungen, oder durch die Existenz von Risikoprämien verursacht wird. Um zu untersuchen, ob nichtrationale Erwartungen oder Risikoprämien zur Falsifikation der REHZ führen, sind grundsätzlich zwei Teststrategien denkbar: Es kann zum einen versucht werden, die

mit ex post Daten geschätzten Risikoprämien mit einem "Risikoprämien-Modell" zu erklären. Kann ein solches Modell nicht falsifiziert werden, ist dies mit der Hypothese konsistent, daß die ex post geschätzten Risikoprämien auch erwartete Risikoprämien sind, und die Falsifikation der REHZ durch die Existenz von Risikoprämien verursacht wurde. Dieser Ansatz wird bei den Tests der CCAP-Modell-Implicationen in den Teilen 3.4, 3.5, und 3.6 untersucht. Die andere Strategie besteht im Test nichtrationaler Erwartungsmodelle. Kann ein solches Modell nicht falsifiziert werden, so ist dies mit der Hypothese konsistent, daß die Falsifikation der REHZ durch nichtrationale Erwartungen verursacht wurde. Dieser Ansatz wird in Teil 3.3 untersucht.

3.2 Test der rationalen Erwartungshypothese des Zinses

3.2.1 Testansatz

Fama (27) testet, ob die holding Prämie [vgl. Anhang (2 c)] im statistischen Durchschnitt signifikant von Null verschieden ist. Er verwendet dazu die folgende Teststatistik.¹⁾

$$(9) \quad \Phi(T) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{P(t+1, T-1)}{P(t, T)} - (1 + R_{t+1}) \right]$$

(10) Die Nullhypothese lautet:

$$H_{\Phi}^0: \Phi(T) = 0 \text{ für alle } T = 1, 2, \dots, n$$

Nach der Definition der holding Prämie entspricht $\Phi(T)$ der durchschnittlichen holding Prämie eines festverzinslichen Wertpapiers mit der Laufzeit T , wenn der im Zeitpunkt t erwartete holding Ertrag $[E_t(P(t+1, T-1)/P(t, T))]$ im statistischen Durchschnitt gleich dem ex post realisierten holding Ertrag $[P(t+1, T-1)/P(t, T)]$ ist. Da diese Gleichheit nur bei

1) "N" entspricht dem Stichprobenumfang

rationalen Erwartungen gegeben ist, handelt es sich bei der Nullhypothese H_Φ^0 um einen Test der REHZ.¹⁾

Fama schätzt einen weiteren Risikoprämientyp, der ausschließlich aus Daten besteht, die den Wirtschaftssubjekten im Zeitpunkt t (also zum Zeitpunkt der Erwartungswertbildung) bekannt sind.

$$(11) \quad \Psi^*(T) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{P(t,T)}{P(t,T+1)} - (1 + R_{t+1}) \right]$$

(12) Die Nullhypothese lautet:

$$H_\Psi^0 : \Psi^*(T) = 0 \text{ für alle } T = 1, 2, \dots, n$$

Für $E_t(1 + R_T) = (1 + R_{t+1})$ entspricht Ψ^* der forward Prämie [vgl. Anhang (2 c)]. Nach Fama können auf diese Weise die Schätzungen der erwarteten holding Prämien von "unerwarteten Veränderungen des Zinsniveaus bereinigt" werden [vgl. Fama (27), S. 542, oben]. Er begründet diese Behauptung mit einer Zerlegung der forward Zinsrate $[P(t,T)/P(t,T+1)]$, die in Anhang (9 a) dargestellt und interpretiert wird. Anhang (9 b) enthält außerdem einen Nachweis, daß $\Phi(T)$ und $\Psi(T)$ von systematischen Prognosefehlern in gleicher Weise beeinflusst werden können, so daß $\Psi^*(T)$ keine bessere Schätzung der erwarteten holding Prämie als $\Phi(T)$ sein kann, wie Fama offensichtlich unterstellt [vgl. Fama (27), S. 544, oben].²⁾

3.2.2 Das ökonometrische Verfahren

Die durchschnittlichen Risikoprämien werden für n verschiedene Laufzeiten geschätzt $[T = 1, 2, \dots, n]$. Diese n Mittelwerte werden dann gegen die Nullhypothese getestet, daß alle

- 1) Nach Fama ist H_Φ^0 die Nullhypothese eines Tests der EHZ. Das Problem, daß der durchschnittlich erwartete holding Ertrag wegen systematischer Prognosefehler vom ex post realisierten durchschnittlichen holding Ertrag signifikant abweichen kann, und demzufolge ein signifikant von Null verschiedener Wert von $\Phi(T)$ nicht auf einer erwarteten holding Prämie, sondern auf systematischen Prognosefehlern beruhen kann, diskutiert Fama nicht.
- 2) Wie bereits in Teil 2.2.2 und Anhang (2 c) diskutiert, ist es aus formalen Gründen nicht möglich, daß $\Phi(t,T)$ und $\Psi(t,T)$ gleich sind. Fama diskutiert nicht, inwieweit diese Problematik für die von ihm verwendeten Schätzstatistiken $\Phi(t,T)$ und $\Psi^*(t,T)$ relevant ist.

n Mittelwerte Null sind. Ein solcher Test erfordert multivariate Vergleichsmethoden. Fama verwendet dazu zwei verschiedene Konzepte.

3.2.2.1 Der Bonferroni t-Test

Beim Bonferroni t-Test wird für jeden der n Mittelwerte der univariate t-Wert gebildet [vgl. Anhang (10), Gleichung (10.1)]. Die Nullhypothese, daß alle n Mittelwerte gleich dem hypothetischen Mittelwert sind, wird dann verworfen, wenn einer der n t-Werte in einen Bereich fällt, in dem die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens einer der n t-Werte dort liegt, gleich $n \cdot \alpha = \delta$ ist, wobei δ das Signifikanzniveau des Bonferroni t-Tests ist. Das $(1 - \delta)$ -Fraktil eines Bonferroni t-Tests entspricht dabei dem $(1 - \alpha) = (1 - \delta/n)$ -Fraktil eines univariaten t-Tests [vgl. Erläuterung der Bonferroni Ungleichung und die Tabelle der Bonferroni t-Werte in Anhang (10 a)]. Da t-Werte mit sinkendem α -Niveau ansteigen, sind bei einem Bonferroni t-Test "größere" t-Werte zur Falsifikation der Nullhypothese notwendig, als bei einem univariaten t-Test mit gleichem Signifikanzniveau.

3.2.2.2 Der Hotelling T^2 -Test

Anstatt wie beim Bonferroni t-Test für alle n-Mittelwerte einzelne t-Werte zu bilden, wird beim Hotelling T^2 -Test für alle n Mittelwerte eine gemeinsame Teststatistik gebildet:

$$(15) \quad T^2 = N \begin{pmatrix} 1 \times 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \mu_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \times n \end{pmatrix} S^{-1} \begin{pmatrix} n \times n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - \mu_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \times 1 \end{pmatrix}$$

Die Struktur der T^2 -Statistik ist analog zum Quadrat der univariaten t-Statistik. Grob gesprochen wird das Quadrat des Vektors der Abweichungen der Stichprobenmittelwerte $[x]$ von ihren hypothetischen Mittelwerten $[\mu_0; \mu_0 \text{ ist in diesem Fall gleich dem Nullvektor}]$ mit dem Inversen der Varianz-Kovarianzmatrix der Stichprobenmittelwerte $[s]$ gewichtet.¹⁾

1) Eine genauere Darstellung ist in Anhang (10 b).

Wie beim Bonferroni t-Test wird beim Hotelling T^2 -Test die Hypothese getestet, daß alle Mittelwerte gleich den hypothetischen Mittelwerten sind; weicht also einer der n Mittelwerte signifikant von seinem hypothetischen Mittelwert ab, resultiert eine T^2 -Statistik, die zur Falsifikation der Nullhypothese führt. Anhang (10 c) enthält einen Vergleich der beiden Testmethoden.

3.2.3 Die Testergebnisse¹⁾

H_{Ψ}° und H_{Φ}° werden von den Hotelling T^2 -Tests bei beiden Datensets mit p-Werten von annähernd 1 falsifiziert [vgl. Anhang (11), Tabelle (1 c) und (2 c)].²⁾ Die Bonferroni t-Tests bestätigen diese Ergebnisse mit ähnlichen p-Werten [vgl. Anhang (11), Tabelle (1 b) und (1 c)].³⁾

Fama interpretiert die Falsifikation der Nullhypothesen als Falsifikation der EHZ. Wie bereits in Abschnitt 3.2.1 gesagt, kann aber nicht ausgeschlossen werden, daß systematische Prognosefehler der Wirtschaftssubjekte und nicht die Existenz von erwarteten Risikoprämien die Ursache der Falsifikation der beiden Nullhypothesen sind, so daß die Falsifikation von H_{Φ}° und H_{Ψ}° lediglich die Falsifikation der REHZ impliziert. Die Daten zeigen allerdings, daß die Kosten der Prognoseverbesserung sehr hoch gewesen sein müssen, um rational handelnde Wirtschaftssubjekte von einer Verbesserung ihrer Prognosen abgehalten zu haben. Es bestanden während des Stichprobenzeitraumes durchschnittliche Arbitragegewinnmöglichkeiten zwischen

- 1) Eine Beschreibung des Datenmaterials und die vollständigen Testergebnisse befinden sich in Anhang (11). Da sich die Ergebnisse der Unterstichprobenzeiträume von denen des Gesamtstichprobenzeitraumes nicht wesentlich unterscheiden, werden im folgenden nur die Ergebnisse des Gesamtstichprobenzeitraumes berücksichtigt.
- 2) Ein p-Wert entspricht $(1 - \alpha)$; α ist das Signifikanzniveau des Tests. Je größer der p-Wert ist, desto geringer ist demnach die Wahrscheinlichkeit, bei einer Falsifikation der Nullhypothese einen Fehler erster Art zu machen.
- 3) Der höchste t-Wert, der von den Schatzwechsel-Daten erreicht wird ist 6,4, der höchste t-Wert, der von den Staatsanleihe-Daten erreicht wird ist 3,86. Der höchste tabellierte t-Wert für sehr große Stichproben ($N = \infty$) ist 3,09 und entspricht einem Bonferroni p-Wert bei einem Test von zehn Mittelwerten (Staatsanleihe-Daten) von 0,99, und bei einem Test von elf Mittelwerten (Schatzwechsel-Daten) von 0,989. Die p-Werte der Bonferroni Tests liegen demnach in der gleichen Größenordnung wie die der T^2 -Tests.

0,38 und 1,07 % Jahreszins, die einen über 18 Jahre berechneten höheren Gesamtertrag zwischen 7 und 21 % ermöglichten.¹⁾ Wie die Diskussion der Theorie rationaler Erwartungen in Anhang (3) zeigt, lassen rational handelnde Wirtschaftssubjekte derartige Arbitragegewinnmöglichkeiten nur dann ungenutzt, wenn die Grenzkosten der Prognoseverbesserung größer sind als die Grenzerträge der Arbitrage. Da keine Informationen über die Höhe der Grenzkosten der Prognoseverbesserung vorliegen, kann auch unter der Annahme rational handelnder Wirtschaftssubjekte nicht ausgeschlossen werden, daß die von Fama geschätzten Risikoprämien auf Prognosefehlern beruhen.

Tabelle 5, Anhang (11), zeigt, daß die geschätzten holding Prämien relativ große Standardabweichungen haben [die hinzugefügten Spalten geben den prozentualen Anteil der Standardabweichung am Mittelwert an], die in der Tendenz mit der Laufzeit ansteigen. Dies deutet darauf hin, daß die holding Prämien im Zeitverlauf variieren. Das Testergebnis ist also auch mit der Version der REHZ, die die Existenz von konstanten Risikoprämien postuliert, nicht vereinbar.

Die Laufzeitstruktur der holding-Prämien [$\Phi(T)$] und der Ψ^* -Prämien weist die gleiche Besonderheit auf: Beide Prämientypen erreichen bei einer Laufzeit von neun Monaten ein Maximum, fallen dann bei einer Laufzeit von zehn Monaten stark ab und steigen danach wieder an [vgl. Tabelle (3 a)]. Fama schließt daraus, daß die holding Prämien nicht monoton mit der Laufzeit ansteigen, und der Testbefund deshalb mit der LPZ nicht konsistent ist. Auch diese Schlußfolgerung ist nur möglich, wenn rationale Erwartungen unterstellt werden. Houston Mc Culloch (29) untersucht die Datenbasis, auf der dieser Sach-

1) Durch das Halten eines Neunmonatsschatzwechsels anstatt eines Einmonatsschatzwechsels wäre ein höherer Jahresertrag von $12 \times 0,00089 = 1,06$ % (über 18 Jahre berechnet $(1,0106)^{18} = 1,21$) möglich gewesen. Durch das Halten eines Zweimonatsschatzwechsels anstatt eines Einmonatsschatzwechsels wäre ein höherer Jahresertrag von $12 \times 0,00032 = 0,38$ % (über 18 Jahre berechnet $(1,00032)^{18} = 1,07$) möglich gewesen. Da die holding Prämien während des Stichprobenzeitraumes schwanken, gelten die Werte für die Gesamterträge nur approximativ.

verhält beruht und kommt zu dem Ergebnis, daß der nichtmonotone Anstieg der holding Prämie auf einen Stichprobenfehler zurückgeführt werden kann, der dadurch entsteht, daß Fama bei der Berechnung der holding-Erträge den Mittelwert der notierten An- und Verkaufskurse verwendet [vgl. Mc Culloch (29), S. 188, Tabelle 3]. Aufgrund dieses Befundes ist Mc Culloch der Meinung, daß Famas Testergebnis mit einem monotonen Anstieg der holding Prämie und folglich der LPZ zu vereinbaren ist. Mc Cullochs Untersuchung macht deutlich, daß die Verwendung des Mittelwertes der An- und Verkaufsspanne zu einer Verzerrung der Testergebnisse führen kann. Ob sich Famas Testergebnisse überhaupt zum Test der LPZ eignen, kann deshalb bezweifelt werden.

Zusammenfassend kann festgehalten werden: Die Testergebnisse falsifizieren die REHZ. Alle weitergehenden Interpretationen sind nur möglich, wenn unterstellt wird, daß die geschätzten holding Prämien nicht auf Prognosefehlern der Wirtschaftssubjekte beruhen. Es liegen aber keine Informationen vor, die eine solche Annahme begründen können. Die Falsifikation der REHZ durch den hier von Fama verwendeten Testansatz deckt sich mit den Ergebnissen anderer Testansätze. So können John Campbell und Robert Shiller (48) zeigen, daß die holding Prämie mit ex ante (d. h. zum Zeitpunkt der Erwartungsbildung bekannten) Informationen korreliert.¹⁾ Bei Gültigkeit der REHZ kann eine solche Korrelation nicht existieren, da Abweichungen eines Erwartungswertes einer Variable von ihrer Realisation bei rationalen Erwartungen nicht mit ex ante Informationen korrelieren dürfen [vgl. Anhang (3 a)]. Robert Shiller (49) kann unter bestimmten Annahmen an die Stochastik des Zinsprozesses zeigen, daß der von der Renditestruktur implizierte forward Ertrag zu stark schwankt, um ein rationaler Schätzer einer zukünftigen Zinsrate zu sein.²⁾ Da die Fal-

1) Bei den Tests in den Teilen 3.5 und 3.6 wird dieses Ergebnis mit anderem Datenmaterial bestätigt.

2) Da bei rationalen Erwartungen der Erwartungswert und der Prognosefehler nicht korreliert sein dürfen, muß die Varianz des Erwartungswertes (forward Ertrag) kleiner sein als die Varianz der entsprechenden Realisationen der zukünftigen Zinsraten.

sifikation der REHZ sowohl durch systematische Prognosefehler, als auch durch die Existenz von variablen Risikoprämien verursacht werden kann, werden im folgenden zunächst Tests nicht-rationaler Erwartungsmodelle und anschließend Tests von Risikoprämienmodellen untersucht.

3.3 Test der Überreaktionshypothese

3.3.1 Testansatz

Gregory Mankiw und Lawrence Summers (47) testen die Hypothese, daß die Wirtschaftssubjekte bei der Bildung von Erwartungen über zukünftige Zinsniveaus die aktuellen Realisationen kurzfristiger Zinsraten überbewerten. Diese "Überreaktionshypothese" deckt sich mit Folgerungen, die Daniel Kahnemann und Amos Tversky (45) aus verhaltenspsychologischen Experimenten ziehen, wonach Individuen dazu tendieren, neue Informationen überzubewerten, obwohl die historische Erfahrung ihnen Gelegenheit bietet, solche Prognosefehler zu erkennen. Mankiw - Summers entwickelten zum Test dieser Hypothese die folgende Regressionsgleichung, die in Anhang (12) hergeleitet wird:¹⁾

$$(16) \quad r(t+1,1) - r(t,2) = -\theta/(1-\lambda) + \lambda/(1-\lambda)[r(t,2) - r(t,1)] + \varepsilon_{t+1}$$

Gleichung (16) postuliert, daß ein positiver Spread²⁾ $[r(t,2) - r(t,1) > 0]$, bereinigt um eine konstante Risikoprämie θ , einen Anstieg des Einperiodenzinses $[r(t+1,1) - r(t,2) > 0]$ prognostiziert. Wie in Anhang (12) gezeigt, muß λ bei Gültigkeit der REHZ gleich 0,5 sein. Ist λ größer als 0,5, so bewerten die Wirtschaftssubjekte die aktuelle Einperiodenzinsrate $[r(t,1)]$ bei der Prognose der zukünftigen Einperiodenzinsrate $[r(t+1,1)]$ zu stark [vgl. Anhang (12), Gleichung (12.2)]. Die

1) Notation siehe Anhang (12).

2) Als Spread wird im folgenden die Differenz der ex ante fixen Renditen eines lang- und kurzfristigen, festverzinslichen Wertpapiers verstanden [vgl. Definition des Spreads in Anhang (17 a)].

Nullhypothese der Überreaktionshypothese lautet also $\lambda > 0,5$ bzw. $\lambda / (1-\lambda) > 1$.¹⁾

Aus Gleichung (16) kann eine weitere Testimplikation der Überreaktionshypothese abgeleitet werden: Bei Gültigkeit der REHZ erklärt der Spread die Variation des Regressanden in Gleichung (16) bis auf einen rationalen Fehler vollständig. Zusätzliche in Zeitpunkt t bekannte Informationen, wie etwa die Abweichung der aktuellen Zinsrate von ihrem erwarteten Wert [$v_t = r_t - E_{t-1}(r_t)$; v_t wird Innovation genannt], dürfen dann keine "Erklärkraft" haben. Daraus kann die folgende Testimplikation abgeleitet werden:

$$(17) \quad r(t+1,1) - r(t,2) = -2\theta + \left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right) [r(t,2) - r(t,1)] - \Phi v_t + \varepsilon_{t+1}$$

Bei Gültigkeit der REHZ ist Φ gleich Null. Ist Φ größer als Null [d. h. das Vorzeichen in der Regressionsgleichung ist negativ], so folgt daraus, daß die Wirtschaftssubjekte bei einer unerwartet hohen Realisation der aktuellen Einperiodenzinsrate [$v_t > 0$] ein zu hohes zukünftiges Einperiodenzinsniveau in Periode $t+1$ erwarten, so daß die Differenz $r(t+1,1) - r(t,2)$, bereinigt um Spread und konstante Risikoprämie, negativ ist. Bei Gültigkeit der Überreaktionshypothese hat Φ in der Regressionsgleichung also ein negatives Vorzeichen.

1) Mankiw - Summers verwenden die Version der REHZ, die die Existenz konstanter Risikoprämien zuläßt. Existiert eine konstante Risikoprämie, so ist das Absolutglied der Regressionsgleichung (16) [$\theta / (1-\lambda)$] signifikant größer Null. Regressionsgleichung (16) läßt also auch die Überprüfung der Hypothese zu, daß die Falsifikation der REHZ in dem vorangegangenen Test von Fama (15) durch die Existenz konstanter Risikoprämien verursacht wurde. Wie die Testergebnisse in Anhang (13 b) zeigen, sind die Absolutglieder in allen Fällen nichtsignifikant. Das Testergebnis ist also mit der Existenz konstanter Risikoprämien nicht vereinbar. Dieser Befund deckt sich mit den Ergebnissen von Fama (27), der relativ hohe Standardabweichungen, bei den von ihm geschätzten holding Prämien feststellen kann [vgl. Anhang (11), Tabelle (4)].

3.3.2 Die Testergebnisse¹⁾

Der Regressionskoeffizient von Gleichung (16) ist bei einer Regression mit den Daten des gesamten Stichprobenzeitraumes signifikant negativ [Anhang (13 b), Spalte 2.1]. Kontrolltests mit Unterstichprobenzeiträumen [Spalte 2.2 und 2.3] sowie ein heteroskedastiekonsistenter Test [Spalte 2.4] bestätigen dieses Ergebnis [Zur Beschreibung der Heteroskedastie-Problematik siehe Anhang (16b)]. Ein t-Test der Hypothese, daß der Regressionskoeffizient größer/gleich 1 ist, kann in allen Fällen mit p-Werten von über 0,99 falsifiziert werden. Die Testergebnisse falsifizieren also sowohl die REHZ als auch die Überreaktionshypothese. Sie sind mit der Hypothese vereinbar, daß die Wirtschaftssubjekte bei der Prognose der zukünftigen Einperiodenzinsrate das aktuelle Zinsniveau "unterbewerten".

Zum Test der Regressionsgleichung (17) ist es notwendig, die Innovation der Einperiodenzinsrate [v_t] zu berechnen. Mankiw - Summers unterstellen dabei, daß der Erwartungswert der Einperiodenzinsrate von den Wirtschaftssubjekten durch die Schätzung eines moving-average-Prozesses dritter Ordnung gebildet wird. Sie regressieren deshalb die Realisationen der Einperiodenzinsrate auf die drei vorangegangenen Werte und verwenden das Residuum, das der Differenz der realisierten Zinsrate und der vom moving-average-Prozess prognostizierten Zinsrate entspricht, als Innovation der Einperiodenzinsrate. Die Regression mit Gleichung (17) ergibt:²⁾

$$(18) \quad r(t+1,1) - r(t,2) = -0,05 - 0,4[r(t,2) - r(t,1)] + 0,03 v_t$$

(0,13) (0,44) (0,11)

1) Eine Beschreibung der Daten und die Ergebnisse der Regressionstests von Gleichung (16) befinden sich in Anhang (13).

2) Es werden die gleichen Daten wie beim Test von Gleichung (16) verwendet. Die Werte in den Klammern sind Standardfehler.

Entgegen der Überreaktionshypothese hat der Regressionskoeffizient der Innovation ein positives Vorzeichen [d. h. Φ ist negativ] und ist nichtsignifikant. Der Regressionskoeffizient des Spreads ist signifikant kleiner 1. Das Testergebnis falsifiziert wiederum sowohl die REHZ, als auch die Überreaktionshypothese. Zwingt man den Regressionskoeffizienten des Spreads auf 1, wird, wie Mankiw - Summers zeigen, der Regressionskoeffizient der Innovation signifikant und behält sein positives Vorzeichen in der Regressionsgleichung. Die Falsifikation der Überreaktionshypothese wird also bestätigt: Bei einer positiven Innovation ist das erwartete Zinsniveau im Durchschnitt niedriger als seine Realisation. Der Befund ist mit der Hypothese vereinbar, daß die Wirtschaftssubjekte bei ihrer Prognose die Innovation "unterbewerten".

Die Ergebnisse von Mankiw - Summers decken sich mit denen von Shiller - Campbell - Schoenholtz (46), die zeigen, daß die Wirtschaftssubjekte bei der Prognose zukünftiger Zinsraten die Auswirkungen einer unerwarteten Geldmengenänderung (definiert als Differenz zwischen der Geldmengenprognose eines Wirtschaftsinformationsdienstes und der Realisation der Geldmenge) nicht über -, sondern unterschätzen.¹⁾

Zusammenfassend kann festgehalten werden: Die psychologisch begründete Überreaktionshypothese kann bei den untersuchten Testimplikationen keine Erklärung für die Falsifikation der REHZ liefern. Im folgenden werden deshalb Tests von Modellen untersucht, nach denen die Falsifikation der REHZ auf die Existenz von zeitlich variablen Risikoprämien zurückgeführt werden kann.

1) Sie erhalten allerdings nicht bei allen Regressionen signifikante Koeffizienten.

3.4 Test der Konsumrisikohypothese

3.4.1 Testansatz

Wie bei der Beschreibung des CCAP-Modells gezeigt (vgl. Teil 2.3.1), lautet eine notwendige Bedingung für die Gültigkeit dieses Modells:

$$(19) E_t[u_c(t) - (1 + h_{i,t+n}) u_c(t+n)] = 0$$

$$\begin{matrix} ! \\ \Leftrightarrow E_t[\varepsilon_{i,t}] = 0 \text{ für alle } I \text{ Aktiva: } i = 1, 2, \dots, I \end{matrix}$$

Nach (19) muß der Grenznutzen, auf den ein Wirtschaftssubjekt beim Kauf eines i-ten Aktivums in Periode t verzichten muß, gleich dem (mit der Zeitpräferenzrate abdiskontierten) Grenznutzen sein, der mit dem Realertrag des i-ten Aktivums in Periode t+1 erzielt werden kann. Wenn die von Fama (27) geschätzten holding-Prämien durch ein CCAP-Modell erklärt werden, müssen die realen Einperiodenerträge $[1 + h_{i,t+1} = P(t+1, T-1)/P(t, T)]$ festverzinslicher Wertpapiere und die Daten des aggregierten Grenznutzens der betreffenden Ökonomie Gleichung (19) erfüllen.¹⁾ Gleichung (19) ist infolgedessen eine Implikation der KRH. Kenneth Dunn und Kenneth Singleton (32) testen Gleichung (19) mit einer Instrumentenvariablenmethode, die den Umstand ausnutzt, daß das Residuum aus Gleichung (19) orthogonal zu allen im Zeitpunkt t bekannten Informationsvariablen sein muß:²⁾

$$(20) E_t(\varepsilon_{i,t} Z_t) = 0 \text{ für alle } I \text{ Aktiva: } i = 1, 2, \dots, I$$

- 1) Die in (19) enthaltene Restriktion bedeutet nicht, daß für gegebene Grenznutzenraten die Erträge aller I Aktiva gleich sein müssen. Wie bereits in Gleichung (5) gezeigt, bestimmt bei gegebenen Grenznutzenraten die Kovarianz des Ertrages des i-ten Aktivums mit dem Grenznutzen die Höhe des Ertrages des i-ten Aktivums: Aus Gleichung (19) folgt:

$$E_t(1+h_{i,t+n}) = [u_c(t) - \text{cov}(h_{i,t+1}, u_c(t+n))] E_t(u_c(t+n))^{-1}$$
- 2) Gleichung (20) impliziert sowohl $E_t(\varepsilon_{i,t}) = 0$ als auch $\text{cov}_t(\varepsilon_{i,t}, Z_t) = 0$. Beide Bedingungen sind bei rationalen Erwartungen erfüllt.

Zur Berechnung des aggregierten Grenznutzens postulieren Dunn - Singleton die folgende Nutzenfunktion:

$$(21) E_0 \sum_{t=0}^{\infty} [\beta^t (c_t^* \delta + d_t^* (1-\delta))^\gamma - 1] \gamma^{-1}$$

Danach ist der erwartete Nutzen der Wirtschaftssubjekte im Zeitpunkt $t=0$ gleich der Summe des mit der Zeitpräferenzrate β abdiskontierten, erwarteten Nutzens aus dem Konsum von Ver- und Gebrauchsgütern $[c_t^*$ bzw. $d_t^*]$ aller zukünftigen Perioden. Der Konsum, den die Wirtschaftssubjekte in der Periode t aus den bis dahin gekauften Ver- und Gebrauchsgütern $[c_{t-j}$ mit $j = 0, 1, 2, \dots, m$ bzw. d_{t-j} mit $j = 0, 1, 2, \dots, \infty$) beziehen, wird von Dunn - Singleton mit den folgenden, linearen, intertemporalen Transformationstechnologien modelliert:

$$(22) c_t^* = \sum_{j=0}^m \alpha_j c_{t-j} \text{ mit } m < \infty; \alpha_j > 0; \alpha_0 = 1$$

$$(23) d_t^* = \theta \sum_{j=0}^{\infty} (1-\theta)^j d_{t-j} \text{ mit } 0 < \theta < 1$$

Die Koeffizienten α_j und $\theta(1-\theta)^j$ geben jeweils an, wieviel von den in der Periode $t-j$ gekauften Gütern in der Periode t konsumiert wird. Durch Einsetzen von (22) und (23) in (21) erhält man eine Nutzenfunktion bei der der Nutzen einer bestimmten Periode zeitlich trennbar ist [beim Ableiten nach c_{t-j}^* oder d_{t-j}^* fallen alle anderen Perioden weg], die Nutzenstiftung eines Gutes jedoch zeitlich untrennbar ist [beim Ableiten nach c_t oder d_t bleiben alle Perioden, in denen diese Güter Nutzen stiften, erhalten]. Außerdem ist die Nutzenstiftung von Ver- und Gebrauchsgütern nicht trennbar [die Kreuzableitungen sind ungleich Null].¹⁾

1) Diese relativ komplexe Nutzenfunktion besitzt allgemeinere Eigenschaften als Nutzenfunktionen, die von Dunn - Singleton bei vorangegangenen Tests, bei denen die Orthogonalbedingung (20) falsifiziert wurde, verwendet wurden. Mit diesem Test wollen sie unter anderem untersuchen, inwieweit die Spezifizierung der Nutzenfunktion das Testergebnis beeinflusst.

Mit der Ableitung der Nutzenfunktion nach c_t bzw. c_{t+n} [$u_c(t)$ bzw. $u_c(t+n)$] spezifizieren Dunn - Singleton die intertemporale Orthogonalbedingung (20). Neben dem intertemporalen zweiten Gossen'schen Gesetz muß im Nutzenmaximum das "gewöhnliche" zweite Gossen'sche Gesetz gelten, wonach der Grenznutzen des Geldes in allen Verwendungsrichtungen gleich sein muß:

$$(24) \quad u_d(t)/p_{dt} - u_c(t) = 0 \Leftrightarrow u_d(t) - p_{dt} u_c(t) = 0 \\ \text{mit } p_{ct} = 1$$

Dunn - Singleton nutzen diese Restriktion, um eine weitere Orthogonalbedingung abzuleiten:¹⁾

$$(25) \quad (u_{d*}(t) - p_{d*}(t) u_c(t)) \cdot Z_t = 0 \\ ! \\ \Leftrightarrow \quad \varepsilon_{I+1,t} \cdot Z_t = 0$$

Mit Gleichung (20) und (25) sind zwei Orthogonalbedingungen verfügbar, mit denen sowohl die Schätzung der Parameter der Nutzenfunktion, als auch der Test der KRH durchgeführt werden kann.

3.4.2 Das ökonometrische Verfahren

Die Orthogonalbedingungen (20) und (25) werden in einem Gleichungssystem zusammengefaßt:

$$(26) \quad E(Z_t \varepsilon_t(b_0)) = 0 \\ (R \cdot I+1)(I+1 \cdot 1)$$

$\varepsilon_t(b_0)$ ist ein $(I+1 \cdot 1)$ Vektor, der die I Gleichgewichtsbedingungen für alle I Aktiva von Gleichung (20) plus die Gleichgewichtsbedingung aus Gleichung (25) enthält und funktional von den Parametern der Nutzenfunktion (21), $b_0 = (\beta, \gamma, \delta, \theta, \alpha_1 \dots \alpha_m)'$, abhängt. Z_t ist eine Diagonalmatrix der Dimension $(R \cdot I+1)$, die auf ihrer Hauptdiagonalen

1) Herleitung von (25) sowie die Bestimmung des Preises $[p_{dt}^*]$ befindet sich in Anhang (14).

$I+1$ $(1 \cdot q_i)$ -Vektoren Z_{it} enthält, deren Elemente jeweils aus q_i Informationsvariablen bestehen. Der Zeilenrang der Matrix Z_t berechnet sich demnach als $R = \sum_{i=1}^{I+1} q_i$. Gleichung (26) ist also ein Spaltenvektor der Dimension $(R \cdot 1)$, der die I Orthogonalbedingungen von Gleichung (20) plus die Orthogonalbedingung von Gleichung (21), jeweils angewendet auf q_i -Informationsvariablen, enthält. Die daraus resultierenden R Orthogonalbedingungen gelten für die Grundgesamtheit aller ε_{it} -Realisierungen. Bezogen auf eine Stichprobe, kann für (26) geschrieben werden:

$$(27) \quad g_T(b) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_t' \varepsilon_t(b)$$

$(R \cdot 1)$

Die Nullhypothese lautet, daß $g_T(b)$ gegeben die wahren Parameter der Nutzenfunktion $b_0 = b$ nicht signifikant vom Nullvektor verschieden ist. Der wahre Parametervektor ist unbekannt und muß geschätzt werden. Die Instrumentenvariablenmethode ermöglicht mit einer gegebenen Stichprobe sowohl die Schätzung der wahren Parameter, als auch den Test der Nullhypothese. Voraussetzung ist allerdings, daß die Zahl der Parameter $[4+m]$ kleiner ist als die Zahl der Orthogonalbedingungen $[R]$, da bei einer Schätzung der $(4+m)$ Parameter $(4+m)$ Orthogonalbedingungen gleich Null gesetzt werden und infolgedessen zum Test der Nullhypothese nicht mehr verwendet werden können. Diese nicht zur Schätzung verwendeten Orthogonalbedingungen sind die Überidentifizierungsbedingungen des Modells.

Die Schätzung des Parametervektors erfolgt nach einer verallgemeinerten Momentenmethode von Lars Hansen (35) durch die numerische Minimierung der Zielfunktion $J_T(b) = g_T(b)'s_0$. $g_T(b)$, die aus dem Quadrat des mit der Autokovarianzmatrix der Orthogonalbedingungen $[s_0]$ gewichteten $g_T(b)$ -Vektors besteht. Hansen zeigt, daß ein mit dieser Zielfunktion geschätzter Parametervektor die kleinste asymptotische [d. h. bei einer unendlich großen Stichprobe sich einstellende] Varianz-Kovarianzmatrix besitzt. Da die Autokovarianzmatrix eben-

falls von den unbekannten Parametern abhängt, muß bei der Minimierung der Zielfunktion ein zweistufiges Schätzverfahren angewendet werden. Dabei wird für s_0 zunächst die Einheitsmatrix eingesetzt. Durch Minimierung der Zielfunktion erhält man dann erste Schätzwerte der Parameter, mit denen ein Schätzer für s_0 berechnet werden kann. Im zweiten Schritt wird dieser Schätzer in die Zielfunktion eingesetzt. Durch abermalige Minimierung erhält man dann die optimalen Parameterschätzwerte. Wie Lars Hansen und Kenneth Singleton (34), S. 1277, zeigen, werden bei der Minimierung der Zielfunktion nur $(m+4)$ der darin enthaltenen R Orthogonalbedingungen verwendet. Die in $J_T(b)$ enthaltenen Überidentifizierungsbedingungen bleiben also "ungenutzt". Die Zielfunktion $J_T(b)$ kann deshalb durch Einsetzen des geschätzten Parametervektors b zum Test der Nullhypothese verwendet werden. Hansen (35) zeigt, daß der Skalar $J_T(b)$ multipliziert mit dem Stichprobenumfang T das $\chi^2_{[R-(m+4)]}$ -Quantil der χ^2 -Verteilung ist. Gegeben $J_T(b)$ und $[R-(m+4)]$ kann also das Signifikanzniveau α bestimmt werden. Dabei gilt, je mehr $g_T(b)$ vom Nullvektor abweicht, desto größer ist $J_T(b)$, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit bei der Falsifikation der Nullhypothese, daß das Modell die Daten richtig beschreibt, einen Fehler erster Art zu machen $[\alpha]$.

3.4.3 Die Testergebnisse

Dunn - Singleton testen das Modell zunächst mit einzelnen Erträgen verschiedener Anlagestrategien festverzinslicher Wertpapiere.¹⁾ Wie die Ergebnisse in Anhang (15 b) zeigen, haben die Parameterschätzwerte in allen Fällen das gleiche Vorzeichen und liegen quantitativ in ökonomisch plausiblen Bereichen.²⁾ Die Nullhypothese kann bei Anlagestrategien mit drei Monaten Laufzeit mit p -Werten zwischen 0,699 und

- 1) Die Beschreibung der Anlagestrategien, die Spezifizierung des Modells sowie die Testergebnisse befinden sich in Anhang (15 a) und (15 b).
- 2) Ausnahme bildet der Diskontfaktor $[\beta]$, der bei einer positiven Zeitpräferenzrate $[p]$ kleiner 1 sein sollte $[\beta = 1/(1+p)]$ in allen Fällen aber größer 1 ist. Dunn - Singleton weisen darauf hin, daß diese Abweichungen nicht sehr groß sind, und β -Werte kleiner 1 innerhalb des Bereiches des jeweiligen doppelten Standardfehlers liegen.

0,8046 zum konventionellen 0,05-Signifikanzniveau nicht falsifiziert werden. Dagegen kann bei einem Test mit dem Ertrag eines Papierees mit einem Monat Laufzeit die Nullhypothese mit einem p-Wert von 0,9833 falsifiziert werden. Wird das Modell mit jeweils zwei Erträgen simultan getestet,¹⁾ ergeben sich ähnliche Parameterschätzwerte wie beim Test mit einzelnen Erträgen,²⁾ die Nullhypothese kann aber in allen Fällen mit p-Werten von annähernd 1 falsifiziert werden. Die Testergebnisse zeigen also, daß die Nullhypothese von einem großen Teil der Daten verworfen wird.

Ein Ziel von Dunn - Singleton war es, zu untersuchen, inwieweit die Spezifizierung der Nutzenfunktion das Testergebnis beeinflußt. Wie das Testergebnis zeigt, kann die Nullhypothese auch bei Verwendung einer Nutzenfunktion, die Nichttrennbarkeit von Ge- und Verbrauchsgütern unterstellt, falsifiziert werden. Dieses Ergebnis deckt sich mit den Befunden anderer Autoren. So erhalten Eichenbaum - Hansen (38) ein ähnliches Ergebnis. Mankiw - Rotenberg - Summers (36) und Eichenbaum - Hansen (37) können zeigen, daß die geschätzten Parameterwerte für trennbare und nichttrennbare Nutzenfunktionen nicht wesentlich divergieren.

Da es sich bei der Nullhypothese um eine zusammengesetzte Hypothese handelt, können eine Reihe von weiteren Gründen die Falsifikation bewirken. Dunn - Singleton nennen:

- 1) Beschränkte Kreditaufnahmemöglichkeiten können dazu führen, daß Wirtschaftssubjekte nicht zu jedem Zeitpunkt in der Lage sind, ihre erwarteten Grenznutzenrelationen gemäß dem intertemporalen, zweiten Gossen'schen Gesetz anzugleichen.
- 2) Unvollständige Märkte für Kontingenzverträge können dazu führen, daß die optimale Abstimmung von Konsum- und Investitionsplänen nicht möglich ist.
- 3) Die Präferenzstruktur der Wirtschaftssubjekte ist nicht hinreichend homogen, so daß die Bestimmung des aggregierten Grenznutzens aus den aggregierten Konsumdaten nicht möglich ist.

Shiller (23), S. 218 - 219, nennt darüberhinaus:

1) Modellspezifikation und Testergebnisse siehe Anhang (15 c).
2) Ausnahme bilden die Werte für α und β .

- 4) Die verwendeten Konsumdaten aus der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung der USA bestehen zum Teil auf Schätzungen und Interpolationen bestimmter Daten und können durch systematische Erhebungsfehler verzerrt sein.¹⁾
- 5) Konzeptionelle Schwierigkeiten führen dazu, daß manche Ausgaben nicht eindeutig Konsum oder Investition zugeordnet werden können.
- 6) Hohe Marktzutrittskosten in Form fixer Informationsbeschaffungskosten können einen Teil der Wirtschaftssubjekte vom Handel mit Wertpapieren ausschließen, so daß der aus den aggregierten Konsumdaten berechnete Grenznutzen nicht dem Grenznutzen der Wirtschaftssubjekte entspricht, die am Wertpapierhandel beteiligt sind und über ihre Nachfrage die Erträge bestimmen.

Von den hier genannten Gründen implizieren nur 1) und 2) die Falsifikation der KRH, weil sie die Gültigkeit eines CCAP-Modells ausschließen. Die übrigen Gründe, 3) bis 6), beruhen auf Zusatzannahmen, die gemacht werden müssen, um den Grenznutzen zu schätzen und implizieren nicht die Falsifikation der KRH. Aus der Falsifikation der hier getesteten Nullhypothese kann deshalb nicht notwendigerweise auf eine Falsifikation der KRH geschlossen werden. Im folgenden werden deshalb Tests von Implikationen des CCAP-Modells beschrieben, die eine Schätzung des Grenznutzens nicht notwendig machen.

- 1) Ferson - Merrick (39) weisen außerdem darauf hin, daß die in Anhang (15 a) berichtete Verwendung des Preisdeflators für Konsumgüteraussgaben, zur Deflationierung der Ertragsdaten problematisch ist, da dieser Deflator auf unregelmäßigen Erhebungen beruht und mit einem Lag von sieben Wochen und länger veröffentlicht wird. Dieses Lag kann dazu führen, daß die Erträge mit einem Wert deflationiert werden, der nicht der aktuellen Inflationsrate entspricht, und die berechneten Realerträge infolgedessen von den tatsächlichen abweichen.

3.5 Test der Ertrags-Varianz-Relation

3.5.1 Testansatz

Das CCAP-Modell impliziert eine negative Relation zwischen dem Überschussertrag des i -ten Aktivums¹⁾ und seiner Kovarianz mit dem Konsumportfolio [vgl. Gleichung (6.10), Anhang (6)]. Da das Konsumportfolio nicht bekannt ist, kann diese Relation nicht direkt getestet werden. Es ist jedoch möglich, daß im Set der I bekannten Aktiva ein sogenanntes benchmark-Aktivum existiert, dessen Ertrag $[h_{b,t+1}]$ die folgende lineare Beziehung erfüllt:

$$(28) \quad h_{m,t+1} = a_t + b_t h_{b,t+1} + u_{t+1} \\ E_t(u_{t+1}) = 0; a_t, b_t \in \Phi_t$$

Die Koeffizienten a_t und b_t sind in der verfügbaren Informationsmenge der Wirtschaftssubjekte in Zeitpunkt t $[\Phi_t]$ enthalten, so daß unter der Annahme rationaler Erwartungen der Störterm mit den erwarteten I Aktivaerträgen bedingt unkorreliert ist: $\text{cov}_t(u_{t+1}, h_{i,t+1}) = 0$ für alle $i = 1, 2, \dots, I$. Für Gleichung (6.10) kann dann geschrieben werden:²⁾

(29)

$$E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) = -b_t \text{cov}_t(h_{i,t+1}, h_{b,t+1}) / E(1 + h_{h,t+1})$$

bzw. für $h_{i,t+1} = h_{b,t+1}$

- 1) Der Überschussertrag des i -ten Aktivums ist definiert als Differenz des Ertrages des i -ten Aktivums mit dem Ertrag eines risikoneutralen Aktivums $[h_{i,t+1} - h_{o,t+1}]$. Ist das i -te Aktivum ein festverzinsliches Wertpapier mit der Laufzeit T , so entspricht der Überschussertrag der holding-Prämie $\Phi(t, T)$.
- 2) Aus (28) folgt:

$$\text{cov}_t(h_{i,t+1}, h_{m,t+1}) = \text{cov}_t(h_{i,t+1}, a_t) + b_t \text{cov}_t(h_{i,t+1}, h_{b,t+1}) + \text{cov}_t(h_{i,t+1}, u_{t+1}) = b_t \text{cov}_t(h_{i,t+1}, h_{b,t+1}).$$

(30)

$$E_t(h_{b,t+1} - h_{o,t+1}) = -b_t \text{var}_t(h_{b,t+1}) / E(1+h_{m,t+1})$$

Nach Gleichung (29) ist der Ertrag des i-ten Aktivums niedriger als der Ertrag des risikoneutralen Aktivums, wenn der Ertrag des i-ten Aktivums positiv mit dem Ertrag des benchmark-Aktivums korreliert ist und infolgedessen Versicherungsschutz gegen das Konsumrisiko bietet. Nach Gleichung (30) ist der Überschussertrag des benchmark-Aktivums stets negativ und absolut um so größer, je größer seine Varianz ist. Der ökonomische Grund für diese Beziehung ist die durch (28) gegebene positive Korrelation der Erträge von benchmark-Aktivum und Konsumportfolio, aufgrund deren der Versicherungsschutz des benchmarkportfolios um so größer ist, je größer seine Varianz ist, so daß der Gleichgewichtsertrag des benchmark-Aktivums sinkt, wenn seine Varianz steigt.¹⁾

Campbell (25) untersucht die von (29) und (30) postulierten Ertrags-Varianz-Relationen mit den Überschusserträgen festverzinslicher Wertpapiere und eines Aktienportfolios. Er unterstellt dabei, daß für die von ihm untersuchten Zeiträume

1) Die genaue Begründung für diesen Zusammenhang lautet: Je größer die Varianz der intertemporalen, marginalen Substitutionsrate des Konsumes $[m_{t+1}]$, desto größer ist das Konsumrisiko. Das perfekt mit m_{t+1} korrelierte Konsumportfolio bietet bei einer größeren Varianz von m_{t+1} deshalb einen relativ höheren Versicherungsschutz gegen das Konsumrisiko, so daß sein Gleichgewichtsertrag sinkt. Wegen der perfekten Korrelation mit m_{t+1} steigt bei einem Anstieg des Konsumrisikos auch die Varianz des Konsumportfolios. Aus diesem Grunde ist der Überschussertrag des Konsumportfolios negativ mit seiner eigenen Varianz korreliert [vgl. Anhang (6), Gleichung (6.11)]. Wegen der in Gleichung (28) definierten positiven Korrelation zwischen den Erträgen des Konsumportfolios und benchmark-Aktivums, gilt der gleiche Zusammenhang auch zwischen Überschussertrag und Varianz des benchmark-Aktivums: Der Versicherungsschutz des benchmark-Aktivums ist um so größer, je größer seine Varianz ist, so daß sein Gleichgewichtsertrag negativ mit seiner Varianz korreliert ist.

von maximal zwanzig Jahren ein konstanter Proportionalitätsfaktor $[b_t = \text{const} = b]$ angenommen werden kann. Dies ermöglicht ihm, den Proportionalitätsfaktor mit den verschiedenen zeitlichen Realisationen der Überschüßerträge und Varianzen bzw. Kovarianzen zu schätzen. Als risikoneutralen Ertrag $[1 + h_{o,t+1}]$ wählt er den Ertrag eines Schatzwechsels mit einem Monat Laufzeit. Er unterstellt, daß dieses Zeitintervall so kurz ist, daß der Ertrag des Konsumportfolios $[1 + h_{m,t+1}]$ approximativ gleich eins gesetzt werden kann und in den Gleichungen (29) und (30) deshalb vernachlässigt werden darf. Seine Nullhypothese postuliert, daß unter dem Set, der von ihm untersuchten Aktiva ein benchmark-Aktivum existiert, dessen Ertrag die folgenden, gemäß seinen Annahmen modifizierten Versionen der Gleichungen (29) und (30) erfüllt:

$$(31) \quad E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) = -b \text{ cov}_t(h_{i,t+1}, h_{b,t+1}) \\ \text{für alle } i = 1, 2, \dots, I$$

$$(32) \quad E_t(h_{b,t+1} - h_{o,t+1}) = -b \text{ var}_t(h_{b,t+1})$$

Da unter den von ihm untersuchten Aktiva nicht notwendigerweise ein benchmark-Aktivum sein muß, kann bei einer Falsifikation der Nullhypothese die KRH nicht falsifiziert werden. Wird aber unter den untersuchten Aktiva ein benchmark-Aktivum identifiziert, so kann dies als Bestätigung der KRH gewertet werden.

3.5.2 Das ökonometrische Verfahren

Die in den Gleichungen (31) und (32) beschriebenen Beziehungen gelten für die Erwartungswerte, die die Wirtschaftssubjekte bezüglich der ersten und zweiten Momente der Überschüßerträge haben. Diese Erwartungswerte entsprechen den durch die Informationsmenge der Wirtschaftssubjekte $[\Phi_t]$ be-

dingten ersten und zweiten Momenten der Überschüßerträge.¹⁾ Campbell schätzt diese bedingten Momente durch Regression ihrer ex post realisierten Werte auf den Vektor x_t , der eine Teilmenge von Φ_t ist.²⁾ Der Schätzwert des bedingten Erwartungswertes des Überschüßertrages des i-ten Aktivums ist demnach der durch die Regression

$$(33) \quad h_{i,t+1} - h_{o,t+1} = \sum_{j=1}^J \beta_{ij} x_{jt} + u_{i,t+1}$$

erklärte Teil des Überschüßertrages $[\sum_{j=1}^J \beta_{ij} x_{jt}]$. Der bedingte Erwartungswert der Varianz des Überschüßertrages des i-ten Aktivums wird durch die Regression der Informationsvariablen x_t auf die Differenz zwischen dem Quadrat der Realisation des Überschüßertrages und dem Quadrat seines bedingten Erwartungswertes geschätzt:

$$(34) \quad [h_{i,t+1} - h_{o,t+1}]^2 - [\sum_{j=1}^J \beta_{ij} x_{jt}]^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^J \gamma_{ij} x_{jt} + v_{i,t+1}$$

Der bedingte Wert ist wiederum der durch diese Regression erklärte Teil der Varianz $[\sum_{j=1}^J \gamma_{ij} x_{jt}]$. Analog dazu kann die bedingte Kovarianz zwischen dem Ertrag des i-ten Aktivums und dem benchmark-Aktivum durch den von der Regression

- 1) Da der risikoneutrale Ertrag in Zeitpunkt t ex ante feststeht, gilt $\text{var}_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) = \text{var}_t(h_{i,t+1})$ und $\text{cov}_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}, h_{b,t+1} - h_{o,b+1}) = \text{cov}_t(h_{i,t+1}, h_{b,t+1})$, so daß die Gleichungen (31) und (32) auch für die entsprechenden zweiten Momente der Überschüßerträge gelten.
- 2) Eine Beschreibung der Elemente von x_t befindet sich in Anhang (17 a).

$$(35) [h_{i,t+1} - h_{o,t+1}][h_{b,t+1} - h_{o,t+1}] = [\sum_{j=1}^J \beta_{ij} x_{jt}]$$

$$[\sum_{j=1}^J \beta_{bj} x_{jt}] = \sum_{j=1}^J \lambda_{ij} x_{jt} + w_{i,t+1}$$

erklärten Teil der Kovarianz geschätzt werden.

Campbell führt die Regressionen (33) und (34) zunächst getrennt für jedes der I untersuchten Aktiva durch, um zu überprüfen, ob die ausgewählten Informationsvariablen die Variation der ersten und zweiten Momente signifikant erklären können. Dazu testet er die gemeinsame Signifikanz der Regressionskoeffizienten mit heteroskedastiekonsistenten White- und Jackknife-Standardfehlern. Eine Beschreibung dieses Tests und des Problems der Heteroskedastie befindet sich in Anhang (16 b).¹⁾

Zum Test von Gleichung (32) schätzt Campbell die Regressionsgleichungen (33) und (34) simultan mit der in Teil 3.4.2 bereits erklärten verallgemeinerten Momentenmethode. Dabei restringiert er die Koeffizienten $j = 2, 3, \dots, J$ der Varianzgleichung (34) durch $\gamma_{ij} = f_i \beta_{ij}$. Das Absolutglied der Varianzgleichung $[\gamma_{i1}]$ bleibt unrestringiert. Wie in Anhang (16 a) beschrieben, verhalten sich Überschußertrag und Varianz proportional, wenn die Absolutglieder der Regressionsgleichungen (33) und (34) die Gleichung $\gamma_{i1} - f_i \beta_{i1} = 0$ erfüllen. Die von Gleichung (32) postulierte Proportionalität zwischen Überschußertrag und Varianz kann also durch einen Test der Signifikanz von $\gamma_{i1} - f_i \beta_{i1}$ getestet werden.

Ein analoges Verfahren wird zum Test von Gleichung (31) verwendet: Die Gleichungen (33) und (35) werden simultan geschätzt. Jedes der I Aktiva wird dabei einmal als benchmark-Aktivum eingesetzt. Die Koeffizienten $j = 2, 3, \dots, J$ der Kova-

1) Wie bereits in Teil 3.2.3 hingewiesen, sind die Überschußerträge festverzinslicher Wertpapiere [= holding-Prämien] bei Gültigkeit der REHZ zufällige Prognosefehler und korrelieren nicht mit ex ante bekannten Variablen. Die Regressionskoeffizienten der Gleichung (33) sind bei Gültigkeit der REHZ also nicht signifikant. Der von Campbell durchgeführte Signifikanztest kann also auch als ein weiterer Test der REHZ aufgefaßt werden.

rianzgleichung werden durch $\lambda_{ij} = f \beta_{ij}$ restringiert. Wie in Anhang (16 a) beschrieben, verhalten sich alle Überschüßerträge proportional zu ihrer Kovarianz mit dem benchmark-Ertrag, wenn die Absolutglieder der Regressionsgleichungen aller I Aktiva die Gleichung $\lambda_{i1} = f \beta_{i1}$ erfüllen. Die von Gleichung (31) postulierte Proportionalität zwischen den Überschüßerträgen der I Aktiva und ihrer Kovarianz mit dem benchmark-Aktivum kann also durch einen Test der gemeinsamen Signifikanz aller I Differenzen $\lambda_{i1} - f \beta_{i1}$ getestet werden.

Da bei der Schätzung der Regressionskoeffizienten mit der verallgemeinerten Momentenmethode nicht alle Daten benötigt werden, existieren wiederum Überidentifizierungsbedingungen, die einen Test der Hypothese, daß das geschätzte Gleichungssystem die Daten richtig beschreibt, erlauben.

3.5.3 Die Testergebnisse¹⁾

Die Ergebnisse der Schätzung von (33) zeigen, daß die Hypothese, alle Regressionskoeffizienten eines Überschüßertrages seien Null, bis auf eine Ausnahme mit p-Werten größer, gleich 0,979 falsifiziert werden kann [Tabelle 1, letzte Spalte].²⁾ Die Ergebnisse der Schätzung von (34) zeigen, daß die gleiche Hypothese nur im ersten [zwanzigjährigen] Stichprobenzeitraum bis auf eine Ausnahme [zehnjährige Bonds] mit p-Werten von minimal 0,952 falsifiziert werden kann. Im kürzerfristigen, und deshalb weniger repräsentativen, vierjährigen Stichprobenzeitraum kann diese Hypothese in allen Fällen zu einem konventionellen Signifikanzniveau von 0,05 falsifiziert werden. Diese Ergebnisse zeigen zum einen, daß Überschüßerträge von Aktien und festverzinslichen Wertpapieren von ex ante Variablen, die Informationen über die Renditestruktur enthalten [vgl. Beschreibung der Variablen in Anhang (17 a)], prognostiziert werden können. Zum anderen zeigen sie, daß über einen Stichprobenzeitraum von zwanzig Jahren Überschüßerträge und deren Varianzen mit den gleichen Informationsvariablen korreliert sind.

1) Anhang (17 b) enthält die kompletten Testergebnisse.

2) Wie gesagt, kann dies als Falsifikation der REHZ gewertet werden.

Dies deutet darauf hin, daß zwischen bedingten ersten und zweiten Momenten systematische Beziehungen bestehen.

Die Ergebnisse der Schätzung des restringierten Gleichungssystems (33) und (34) zeigen, daß die von Gleichung (32) postulierte, proportionale Beziehung zwischen Überschüßertrag und Varianz bei allen untersuchten Aktiva falsifiziert werden kann: Die Konstante $[\lambda_{i1} - f_i \beta_{i1}]$ ist in allen Fällen signifikant. Zusammen mit den bis auf eine Ausnahme [zehnjährige Bonds] signifikanten Steigungskoeffizienten $[f_i]$ zeigen die Testergebnisse jedoch, daß zwischen bedingten ersten und zweiten Momenten signifikante Korrelationen bestehen [vgl. Tabelle 3]. Den Tests der Überidentifizierungsbedingungen zufolge kann die Hypothese, daß das geschätzte Gleichungssystem die Daten richtig beschreibt, nur für zwei- und sechsmonatige Schatzwechsel im zwanzigjährigen Stichprobenzeitraum falsifiziert werden [Tabelle 3, letzte Spalte].

Die Tests des restringierten Gleichungssystems (33) und (35) führen zu ähnlichen Ergebnissen. Die von Gleichung (31) postulierte proportionale Beziehung zwischen Überschüßerträgen und deren Kovarianz mit dem benchmark-Aktivum, kann unabhängig davon, welches Aktivum als benchmark-Aktivum gewählt wird, falsifiziert werden: Die entsprechenden Tests der gemeinsamen Signifikanz der Konstanten $[\lambda_{i1} - f \beta_{i1} = 0 \text{ für alle } i = 1, 2, \dots, I]$ zeigen, daß die Hypothese, alle Konstanten seien Null, in allen Fällen mit p-Werten von annähernd 1 falsifiziert werden kann [vgl. Tabelle 4, Spalte 3]. Die Steigungskoeffizienten $[f]$ sind bis auf die Wahl eines zweimonatigen Schatzwechsels als benchmark-Aktivum signifikant [vgl. Tabelle 4, Spalte 2]. Den Tests der Überidentifizierungsbedingungen zufolge kann die Hypothese, daß das geschätzte Gleichungssystem die Daten richtig beschreibt, nur für die benchmark-Erträge eines zweimonatigen Schatzwechsels und eines Aktienportfolios falsifiziert werden [vgl. Tabelle 4, Spalte 4].

Zusammenfassend kann festgestellt werden, obwohl signifikante Korrelationen zwischen bedingten ersten und zweiten Momenten gefunden wurden, konnten die von der Nullhypothese postulierten, proportionalen Beziehungen falsifiziert werden. Wie gesagt, bedingt diese Falsifikation der Nullhypothese keine

Falsifikation der KRH, da sie auch durch das Nichtvorhandensein eines benchmark-Aktivums unter den untersuchten Aktiva erklärt werden kann. Darüber hinaus wurde bei der Ableitung der Nullhypothese die Zusatzhypothese postuliert, die Proportionalitätsfaktoren seien konstant. Wie die schematische Grafik in Anhang (17 c) zeigt, kann nicht ausgeschlossen werden, daß zeitlich variable Proportionalitätsfaktoren zu signifikanten Konstanten in den Schätzungen führen. Variable Proportionalitätsfaktoren sind also eine weitere Erklärung für die Falsifikation der Nullhypothese, die keine Falsifikation der KRH impliziert.

Die Vorzeichen der signifikanten Steigungskoeffizienten sind, anders als von den Gleichungen (31) und (32) postuliert, bis auf eine Ausnahme positiv. Dies deutet darauf hin, daß die Erträge der jeweiligen, als benchmark-Aktivum eingesetzten, Aktiva nicht, wie von Gleichung (28) postuliert, positiv mit dem Ertrag des Konsumportfolios korreliert sind, sondern negativ.¹⁾ Wie die Analyse der holding-Prämie (vgl. Teil (2.3.2)) zeigte, ist diese dann positiv, wenn der Ertrag eines festverzinslichen Wertpapiers negativ mit der intertemporalen Substitutionsrate des Konsumes $[u_c(t+1)/u_c(t)]$ und infolgedessen auch mit dem Ertrag des Konsumportfolios korreliert ist. Die geschätzte, positive Korrelation zwischen holding-Prämien und ihrer Varianz [vgl. die Ergebnisse für festverzinsliche Wertpapiere, Tabelle 3] ist also mit einer CCAP-Erklärung der von Fama (27) gefundenen positiven, durchschnittlichen holding-Prämien vereinbar.²⁾

1) Für $h_{m,t+1} = a_t - b_t h_{b,t+1} + u_{t+1}$ sind die Vorzeichen der Proportionalitätsfaktoren in den Gleichungen (32) und (31) positiv. Obwohl Campbell die Gleichungen (31) und (32) im Anhang seines Artikels herleitet [vgl. S. 397], geht er davon aus, daß die Beziehung zwischen ersten und zweiten Momenten stets positiv sein muß [vgl. S. 391, Zeile 27 und S. 393, Zeile 30].

2) Campbell verwendet die gleichen Daten wie Fama.

3.6 Test des CCAP-Modells mit latentem Konsumportfolio

3.6.1 Testansatz

Für das in Anhang (6) hergeleitete CCAP-Modell [Gleichung (6.12)] kann nach Multiplikation mit (-1) geschrieben werden:¹⁾

$$(36) \quad E_t(h_{0,t+1} - h_{i,t+1}) = \beta_{i,m,t+1} E_t(h_{0,t+1} - h_{m,t+1})$$

für alle $i = 1, 2, \dots, I$

Der Überschussertrag des i -ten Aktivums verhält sich nach (36) proportional zum Überschussertrag des Konsumportfolios. Der Proportionalitätsfaktor, das sogenannte Konsumbeta, hängt von der Kovarianz der Erträge des i -ten Aktivums und des Konsumportfolios ab und kann zeitlich variieren [vgl. Anhang (6), Gleichung (6.12)]. Da der Ertrag des Konsumportfolios und das Konsumbeta unbekannt sind, kann diese Beziehung nicht direkt getestet werden. Postuliert man jedoch konstante Konsumbetas, so können mit den verschiedenen zeitlichen Realisationen der Überschusserträge und dem a priori Wissen, daß alle Überschusserträge sich proportional zu einem Konsumportfolio verhalten, das Konsumportfolio und die jeweiligen, aktivasspezifischen Konsumbetas mittels eines latenten Variablen-Modells geschätzt werden. Die Nullhypothese lautet dann, daß es möglich ist, die zeitliche Variation der Überschusserträge mit einem Modell zu beschreiben, in dem sie sich proportional zu einer latenten Variablen (dem Konsumportfolio) verhalten. Campbell - Clarida (42) testen diese Hypothese.

1) Diese Modifikation ist hier notwendig, weil bei dem im folgenden beschriebenen Test anstelle der holding-Prämie [$\Phi(t,T) \equiv \text{ex ante unsicherer Ertrag minus risikoneutraler Ertrag}$] die durchschnittliche roll-over-Prämie [$w(t,T) \equiv \text{risikoneutraler Ertrag minus ex ante unsicherer Ertrag}$; vgl. Anhang (2), Gleichung (2.7)] verwendet wird.

3.6.2 Das ökonometrische Verfahren

Sei λ_i der Überschussertrag des i -ten Aktivums, λ_m der Überschussertrag des Konsumportfolios und x_t ein $(K \cdot 1)$ Vektor mit Informationsvariablen aus dem den Wirtschaftssubjekten im Zeitpunkt t zur Verfügung stehenden Informationsset Φ_t , so folgt aus (36) das Gleichungssystem für alle I Aktiva:

$$(37) \quad \begin{matrix} E(\lambda_{i,t+1} | x_t) = \beta_i \cdot E(\lambda_{m,t+1} | x_t) \\ (I \cdot 1) \quad \quad \quad (I \cdot 1) \quad (1 \cdot 1) \end{matrix}$$

Der bedingte Überschussertrag des Konsumportfolios ist unbekannt, kann aber als lineare Projektion des Vektors der Informationsvariablen geschrieben werden:

$$(38) \quad \begin{matrix} E(\lambda_{m,t+1} | x_t) = \sum_{j=1}^K a_j x_{j,t} = a' x_t \\ (1 \cdot K) \quad (K \cdot 1) \end{matrix}$$

Setzt man der Übersichtlichkeit halber $I = 3$ und $K = 2$, so folgt aus (37) und (38):

$$(39) \quad \begin{aligned} E(\lambda_{1,t+1} | x_t) &= \beta_1 (a_1 x_{1,t} + a_2 x_{2,t}) \\ E(\lambda_{2,t+1} | x_t) &= \beta_2 (a_1 x_{1,t} + a_2 x_{2,t}) \\ E(\lambda_{3,t+1} | x_t) &= \beta_3 (a_1 x_{1,t} + a_2 x_{2,t}) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{matrix} E(\lambda_{t+1} | x_t) = \begin{bmatrix} \beta_1 & a_1 \\ \beta_2 & a_1 \\ \beta_3 & a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & a_2 \\ \beta_2 & a_2 \\ \beta_3 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ (I \cdot 1) \quad \quad \quad (I \cdot K) \quad \quad \quad (K \cdot 1) \end{matrix}$$

Die bedingten Erwartungswerte der I bekannten Aktivaerträge der linken Seite dieser Gleichung werden, wie bei dem vorangegangenen Test, durch lineare Projektion der Realisation der Überschusserträge auf den Informationsvektor geschätzt. Die Koeffizientenmatrix der rechten Gleichungsseite ist unbekannt, kann aber durch Normierung eines Beta-Koeffizienten geschätzt werden. Campbell - Clarida normieren $\beta_1 = 1$, so daß die

α -Koeffizienten der Matrix in der ersten Zeile und die übrigen β -Koeffizienten in der ersten Spalte geschätzt werden. Der $[(I - 1) (K - 1)]$ -Block, der in (38) mit einer gestrichelten Linie gekennzeichnet ist, wird von den α - und β - Koeffizienten restringiert. Auf diese Weise werden die Überschüßerträge aller I-Aktiva gezwungen, sich proportional zu einer latenten Variablen [dem Konsumportfolio] zu verhalten. Die Elemente dieses Blocks entsprechen den Überidentifizierungsbedingungen des Modells und bilden wiederum die Voraussetzung für einen χ^2 -Test der Nullhypothese, daß das Modell die Daten richtig beschreibt, das heißt, daß die I-Aktiva proportional zu einer latenten Variablen variieren.

Campbell - Clarida verwenden zur Schätzung der Koeffizienten, die in Teil 3.4.2 beschriebene verallgemeinerte Momentenmethode. Die zu minimierende Zielfunktion wird in diesem Fall aus dem mit der entsprechenden Autokovarianzmatrix gewichteten Quadrat der Differenz der beiden $(I - 1)$ Vektoren von Gleichung (39) gebildet. Der minimierte Wert der Zielfunktion multipliziert mit dem Stichprobenumfang entspricht dem

$\chi^2_{(I - 1)(K - 1), \alpha}$ -Quantil der χ^2 -Verteilung, wobei die Anzahl der Freiheitsgrade gleich der Anzahl der Überidentifizierungsbedingungen, und α das Signifikanzniveau ist, zu dem die Nullhypothese verworfen werden kann.

3.6.3 Die Testergebnisse

Campbell - Clarida verwenden zum Test des latenten Variablen-Modells die Ertragsdaten von Eurodepositen, die in Dollar, DM und Pfund Sterling denominiert sind. Sie wählen einen relativ kurzen Stichprobenzeitraum von knapp sieben Jahren, weil sie annehmen, daß die Postulierung eines konstanten Konsumbetas über kürzere Zeiträume weniger restriktiv ist. Sie definieren die folgenden roll-over Prämien:

$\lambda_t^{(3,1)}(j, j) =$ Durchschnittlicher Monatsertrag eines Dreimonatseurodeposits der Währung j minus dem durchschnittlichen Monatsertrag einer Serie von drei Einmonatseurodepositen der Währung j . Mit: $j = us$ (für \$), g (für DM), uk (für Pfund Sterling).

Campbell - Clarida wollen außerdem überprüfen, inwieweit durch Währungsunsicherheit bedingte Risikoprämien mit den roll-over-Prämien der Renditestruktur kovariieren. Dazu definieren sie die folgenden auf Dollarbasis berechneten Wechselkursrisikoprämien:

$\lambda_t^{(3,3)}(us, j) \equiv$ Durchschnittlicher Monatsertrag eines Dreimonatseurodollardeposits minus dem auf Dollarbasis berechneten durchschnittlichen Monatsertrags eines Dreimonatseurodeposit der Währung j. j = g, uk.

Wie die roll-over-Prämien, bestehen die Wechselkursrisikoprämien aus einem ex ante sicheren minus einem ex ante unsicheren Ertrag. Die Unsicherheit wird hier allerdings nicht durch einen ex ante unsicheren Wertpapierertrag bewirkt, sondern durch den ex ante unbekannten Dollarwechselkurs, zu dem der Ertrag des in DM oder Pfund Sterling denominierten Wertpapiers am Ende der Laufzeit wieder in Dollar transferiert werden kann. Als Informationsvariablen verwenden Campbell - Clarida die Spreads dieser Risikoprämien.¹⁾ Beide Risikoprämientypen werden im folgenden auch als Überschüßerträge bezeichnet.

Die Tabellen 1 und 2 in Anhang (18 b) enthalten die Ergebnisse der [zur Berechnung der bedingten Erwartungswerte der Überschüßerträge notwendigen] Regressionen der Realisationen der verschiedenen Überschüßerträge auf die jeweiligen Informationsvariablen. Die vorletzte Spalte jeder Tabelle gibt die Ergebnisse der χ^2 -Tests der Hypothese, daß alle Regressionskoeffizienten Null sind, wieder.²⁾

- 1) Eine Beschreibung dieser Spreads befindet sich in Anhang (18 a). Unter "dem Spread DER roll-over-Prämie $\lambda_t^{(3,1)}(us, us)$ " wird beispielsweise die Differenz der ex ante bekannten Rendite eines in Dollar denominierten Dreimonatsdeposits mit der ex ante bekannten Rendite eines in Dollar denominierten Einmonatsdeposits verstanden.
- 2) Campbell - Clarida verwenden zum Test dieser Hypothese die in Anhang (16 b) beschriebene Teststatistik (16.4). Zur Schätzung der Varianzkovarianzmatrix setzen sie allerdings einen modifizierten heteroskedastikonsistenten White-Schätzer ein [vgl. Anhang (16 b) 1)], der dem Umstand Rechnung trägt, daß die Regressionsresiduen der Überschüßerträge bei Gültigkeit der Nullhypothese einem moving-average-Prozeß der Ordnung 12 folgen [vgl. Campbell - Clarida (42), S. 34].

Besteht eine signifikante Relation zwischen den Überschüßerträgen und den ex ante bekannten Informationsvariablen, so bedeutet dies, daß die Überschüßerträge mit den Informationsvariablen prognostiziert werden können. Wie Tabelle 1 zeigt, sind die beiden Wechselkursrisikoprämien [$\lambda_t^{(3,3)}$ (us, g) und $\lambda_t^{(3,3)}$ (us, uk)] und die DM-roll-over-Prämie [$\lambda_t^{(3,1)}$ (g, g)] mit den gewählten Informationsvariablen prognostizierbar [Tabelle 1, Zeile 2, 3, 4]. Ein Vergleich mit den Regressionen der roll-over-Prämien auf ihre "eigenen" Spreads in Tabelle 2 zeigt, daß bei geeigneter Wahl der Informationsvariablen auch die Dollar roll-over-Prämie [$\lambda_t^{(3,1)}$ (us, us)] prognostizierbar ist. Die Prognostizierbarkeit der roll-over-Prämien kann zum einen wiederum als ein weiterer Nachweis der Falsifikation der REHZ gewertet werden, zum anderen zeigt sie, daß es den Wirtschaftssubjekten mit den verfügbaren Informationsvariablen möglich war, Erwartungswerte über zukünftige Überschüßerträge zu bilden. Sie bildet die Grundlage für einen Test des latenten Variablen-Modells.

Die Signifikanztests der einzelnen Regressionskoeffizienten zeigen darüber hinaus, daß die einzelnen Überschüßerträge auch von "fremden" Spreads prognostiziert werden können. So wird die DM-roll-over-Prämie [$\lambda_t^{(3,1)}$ (g, g)] sowohl vom Dollar-spread [$R_{3,t}$ (us) - $R_{1,t}$ (us)] als auch von den Wechselkursspreads [$R_{3,t}$ (us) - $R_{3,t}$ (g) und $R_{3,t}$ (us) - $R_{3,t}$ (uk)], die DM-Wechselkursrisikoprämie [$\lambda_t^{(3,3)}$ (us, g)] sowohl vom DM-Spread [$R_{3,t}$ (g) - $R_{1,t}$ (g)] als auch vom Pfund-Spread [$R_{3,t}$ (uk) - $R_{1,t}$ (uk)] und die Pfund-Wechselkursprämie sowohl vom Pfund-Spread als auch vom DM-Wechselkursspread [$R_{3,t}$ (us) - $R_{3,t}$ (g)] prognostiziert. Da, wie die Zerlegung eines Spreads in Anhang (17 a), Gleichung (17.3) zeigt, Spreads auch Erwartungen über zukünftige Überschüßerträge enthalten können, interpretieren Campbell - Clarida diese "Kreuz-Effekte" zwischen den in verschiedenen Währungen denominierten Überschüßerträgen, als Hinweis auf mögliche Kovarianzen zwischen den Überschüßerträgen, wie sie von einem latenten Variablen-Modell postuliert werden.

Tabelle 3 enthält die Ergebnisse des Tests des latenten Variablen-Modells mit den Überschüßerträgen und Informationsvariablen aus Tabelle 1. Der p-Wert beträgt 0,195, so daß die Nullhypothese zu einem konventionellen Signifikanzniveau von 0,05 nicht falsifiziert werden kann. Die geschätzten Konsumbetas der DM- und Pfund-roll-over-Prämien $[\beta_4, \beta_5]$ sind signifikant positiv; die der Wechselkursrisikoprämien nicht-signifikant negativ. Wie aus Gleichung (36) ersichtlich, impliziert eine positive roll-over-Prämie einen positiven β -Koeffizienten, da die Differenz zwischen dem Ertrag des risikoneutralen Aktivums und dem Konsumportfolio $[h_{o,t+1} - h_{m,t+1}]$ bei Gültigkeit der KRRH stets positiv ist. Wie aus dem unteren Teil von Tabelle 1 ersichtlich, ist der durchschnittliche Wert der DM-roll-over-Prämie signifikant positiv [Mittelwert 0,105; Standardfehler 0,433]. Das signifikante, positive Konsumbeta der DM-roll-over-Prämie entspricht also auch dieser Implikation des CCAP-Modells. Campbell - Clarida testen das Modell mit zwei weiteren Datensets. Tabelle 4 enthält die Ergebnisse eines Tests mit den drei ersten Überschüßerträgen und sämtlichen Informationsvariablen von Tabelle 1. Der p-Wert beträgt 0,805, so daß die Nullhypothese auch hier zu einem Signifikanzniveau von 0,05 nicht falsifiziert werden kann. Tabelle 5 enthält die Ergebnisse eines Tests mit den Überschüßerträgen und Informationsvariablen von Tabelle 2. Bei einem p-Wert von 0,708 kann die Nullhypothese wiederum nicht zu einem Signifikanzniveau von 0,05 falsifiziert werden. Da bei beiden Tests die gleichen Überschüßerträge verwendet wurden, zeigen die Ergebnisse, daß das hier getestete latente Variablen-Modell relativ robust gegen die Verwendung verschiedener Informationsvariablen ist.

Die Ergebnisse der Tests von Campbell - Clarida ergänzen eine Reihe anderer Testergebnisse von latenten Variablen-Modellen. So können Gibbons - Ferson (43) das gleiche Modell für Überschüßerträge von amerikanischen Aktienwerten nicht falsifizieren, während es von Campbell (25) für Überschüßerträge von festverzinslichen Wertpapieren und Aktienwerten falsifiziert werden kann. Zusammen mit den Testergebnissen von Campbell - Clarida legt dies den Schluß nahe, daß das Modell

bei Überschüßerträgen von relativ homogenen Aktiva das Zeitreihenverhalten der Überschüßerträge besser beschreibt. Ein Vergleich mit dem Ergebnis von Campbell (25), dessen Falsifikation des Modells auf einem Test mit einem Stichprobenzeitraum von rund zwanzig Jahren beruht, deutet außerdem darauf hin, daß die Länge des Stichprobenzeitraumes das Testergebnis möglicherweise beeinflusst (wie berichtet, verwenden Campbell - Clarida einen Stichprobenzeitraum von rund sieben Jahren). Da bei den Tests von latenten Variablen-Modellen konstante Konsumbetas postuliert werden müssen, könnte dieser Befund durch Konsumbetas erklärt werden, die über relativ kurze Zeiträume von konstanten Konsumbetas approximiert werden können, langfristig jedoch variieren.

4. Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit war die Darstellung und Auswertung empirischer Tests, die einen Rückschluß auf die Existenz und Ursachen von Risikoprämien in der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere ermöglichen. Dabei zeigte sich, daß die REHZ von drei verschiedenen Testansätzen falsifiziert werden konnte.¹⁾ Die Falsifikation der REHZ durch diese drei Testansätze ist mit der Existenz von variablen Risikoprämien vereinbar. Da die REHZ aber eine aus der Hypothese rationaler Erwartungen und der EHZ zusammengesetzte Hypothese ist, kann ihre Falsifikation auch durch nichtrationale Erwartungen der Wirtschaftssubjekte verursacht sein. Das Testergebnis von Fama (27) zeigte zwar, daß eine Erklärung der Falsifikation der REHZ durch nichtrationale Erwartungen die Existenz relativ großer Arbitragegewinnmöglichkeiten impliziert, Irrationalverhalten der Wirtschaftssubjekte oder hohe Grenzkosten der Prognoseverbesserung sind jedoch nicht auszuschließende Erklärungen für diesen Befund.

1) vgl. die Testergebnisse von Fama (27), (Teil 3.2.3), Mankiw - Summers (47), (Teil 3.3.2), Campbell (25), (Teil 3.4.3), Campbell - Clarida (42), Teil 3.5.3).

Um Aufschluß über die Frage, ob die Falsifikation der REHZ durch die Existenz variabler Risikoprämien oder systematischer Prognosefehler bewirkt wird, zu gewinnen, wurden Tests einer nichtrationalen, psychologisch begründeten Erwartungshypothese und des CCAP-Modells betrachtet. Können die Daten durch ein nichtrationales Erwartungsmodell erklärt werden, so ist dies mit der Hypothese konsistent, daß die Falsifikation der REHZ durch nichtrationale Erwartungen bewirkt wird. Können die Daten dagegen durch das CCAP-Modell erklärt werden, ist dies mit der Hypothese konsistent, daß die Falsifikation der REHZ durch die Existenz variabler Risikoprämien verursacht wird.

Die hier untersuchte nichtrationale Überreaktionshypothese konnte falsifiziert werden. Da diese Falsifikation die Existenz einer anderen Form nichtrationaler Erwartungen jedoch nicht ausschließt, bleibt die Frage, ob die Falsifikation der REHZ durch nichtrationale Erwartungen verursacht wird, offen.

Bei den Tests des CCAP-Modells bestand ein grundsätzliches Problem darin, daß Testimplikationen dieses Modells nur unter der Annahme von Zusatzhypothesen abgeleitet werden können. Bei einer Falsifikation der Modellimplikationen war es deshalb nicht möglich, die Gültigkeit des CCAP-Modells und der darauf aufbauenden KRH zu verwerfen. So konnten Dunn - Singleton (32) zwar eine Implikation des CCAP-Modells, die einer aggregierten Version des intertemporalen zweiten Gossen'schen Gesetzes entsprach, falsifizieren, da bei diesem Test aber eine Reihe von Zusatzannahmen zur Schätzung des aggregierten Grenznutzens notwendig waren, war es nicht möglich, aus dem Testergebnis eine Falsifikation der KRH abzuleiten. Ebenso war es Campbell (27) möglich, eine Implikation des CCAP-Modells, wonach die ersten und zweiten Momente der Risikoprämien eines benchmark-Aktivums proportional variieren, zu falsifizieren. Da bei der Herleitung dieser Implikation jedoch die Zusatzhypothese, daß unter der Menge der untersuchten Aktiva ein benchmark-Aktivum existiert, getroffen werden mußte, impliziert auch dieses Testergebnis keine Falsifikation der KRH. Campbell-Clarida (42) waren dagegen nicht in der Lage die CCAP-Modell Implikation, daß

Risikoprämien proportional zu einem latenten Konsumportfolio variieren, zu falsifizieren. Allerdings zeigen andere Tests dieser Hypothese, daß sie bei der Verwendung anderer Ertragsdaten falsifiziert werden kann. Die Ergebnisse der Tests der verschiedenen CCAP-Modell Implikationen lassen also keine eindeutige Beantwortung der Frage zu, ob die Falsifikation der REHZ durch die Existenz variabler Risikoprämien verursacht wurde.

Die von Fama (27) gefundenen signifikanten Differenzen zwischen den Erträgen festverzinslicher Wertpapiere unterschiedlicher Laufzeit, konnten durch keines der hier betrachteten Modelle vollständig erklärt werden. Die Frage der Existenz von Risikoprämien in der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere bleibt somit offen.

Verzeichnis der Anhänge

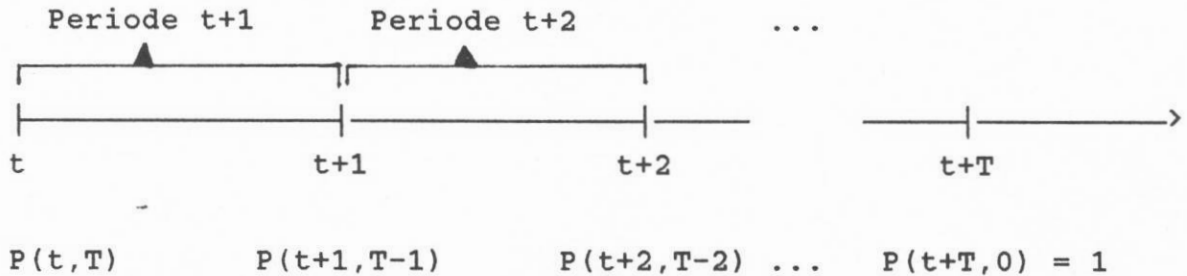
- (1) Notation und Definition verwendeter Begriffe
- (2) Das Spezifikationsproblem der Erwartungshypothese und der Liquiditätspräferenzhypothese des Zinses
- (3) Zur Theorie der rationalen Erwartungen
- (4) Zur Theorie der Risikoaversion
- (5) Die Liquiditätspräferenztheorie der Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere
- (6) Das konsumorientierte CAP-Modell
- (7) Grafische Interpretation eines CAP-Modells
- (8) Die CAP-Analyse der Risikoprämien
- (9) Erläuterungen zu den Teststatistiken Fama (27)
- (10) Multivariate Vergleichsverfahren
- (11) Testergebnisse Fama (27)
- (12) Herleitung der Teststatistiken Mankiw - Summers (47)
- (13) Testergebnisse Mankiw - Summers (47)
- (14) Beschreibung der zweiten Orthogonalbedingung Dunn - Singleton (32)
- (15) Testergebnisse Dunn - Singleton (32)
- (16) Testverfahren Campbell (25)
- (17) Testergebnisse Campbell (25)
- (18) Testergebnisse Campbell - Clarida (42)

Anhang (1) Notation und Definition verwendeter Begriffe

(1 a) Notation

$P(t, T):$	Kurs eines Nullkupons (Diskontwechsel) mit der Laufzeit T (Fälligkeit im Zeitpunkt $t + T$) zum Zeitpunkt t . Der Einfachheit halber werden festverzinsliche Wertpapiere im Rahmen dieser Arbeit stets als Nullkupons aufgefaßt. Wegen der Umrechnbarkeit von Kuponpapieren in Nullkupons wird dadurch die Allgemeinheit der Aussagen nicht eingeschränkt.
$P(t+n, 0) = P(t, 0) = 1:$	garantierter Rücknahmekurs
$E_t(x) = E(x \Phi_t):$	Durch die in Zeitpunkt t bekannte Informationsmenge, Φ_t , bedingter Erwartungswert der Zufallsvariablen x im Zeitpunkt t . Der Einfachheit halber werden Zufallsvariablen wie in der Literatur üblich nicht ausdrücklich als solche gekennzeichnet. Sie ergeben sich jeweils aus dem Kontext.
$\text{cov}_t(x, y) = \text{cov}(x, y \Phi_t):$	Durch die in Zeitpunkt t bekannte Informationsmenge, Φ_t , bedingter Erwartungswert der Kovarianz der Zufallsvariablen x, y .
$P(t, T)/P(t, T+1) = (1 + {}_tF_{T+1}):$	Zum Zeitpunkt t von der Renditestruktur implizierter zukünftiger Zinssatz der Periode $t + T+1$.
$(1 + R_{t+1}):$	Zinsrate eines einperiodigen Nullkupons, die im Zeitpunkt t (ex ante) garantiert wird, und im folgenden auch als Einperiodenzinsrate der Periode $t + 1$ bezeichnet wird.
$(1 + R(t, T)) = P(t, T)^{-1/T}:$	Im Zeitpunkt t ex ante garantierte durchschnittliche Periodenverzinsung (= Rendite) eines Nullkupons mit T Perioden Laufzeit.
$p(t, T) = \lg P(t, T):$	Kleine Buchstaben kennzeichnen den natürlichen Logarithmus einer Variable.
$r(t, T) = \lg(1 + R(t, T))$	
$r_t = \lg(1 + R_t)$	

Übersicht:



(1 b) Definitionen

Nullkupon:

(Diskontwechsel)

Festverzinsliches Wertpapier, das sich allein durch die Differenz zwischen Ausgabekurs und garantiertem Rücknahmekurs verzinst. Die Formel zur Berechnung der Rendite eines Nullkupons ist $(1 + R(t, T))^T = P(t, T)^{-1}$.

Kuponpapier:

Festverzinsliches Wertpapier, das sich sowohl durch die Differenz zwischen Ausgabe und Rücknahmekurs als auch durch die garantierten, als Renten ausgeschütteten Kuponbeträge verzinst. Die Formel zur Renditeberechnung ist:

$$P(t, T) = \frac{1}{(1 + R(t, T))^T} \left[\frac{(1 + R(t, T))^T - 1}{R(t, T)} \cdot \text{Kuponbetrag} + [P(t, T) - P(t, 0)] \right]$$

$R(t, T)$ kann nur iterativ bestimmt werden.

Zinssatz:

Prozentsatz der Verzinsung einer Kapitalanlage: $R(t, T)$

Zinsrate: $(1 + R(t, \tau))$

ex ante Risikoprämie: Die von den Marktteilnehmern ex ante erwartete Risikoprämie.

ex post Risikoprämie: Die aus ex post bekannten Daten berechnete Risikoprämie. Bei rationalen Erwartungen unterscheiden sich ex post und ex ante Risikoprämie nur durch einen zufälligen Prognosefehler, der den Erwartungswert Null hat.

Anhang (2): Das Spezifikationsproblem der Erwartungshypothese
und der Liquiditätspräferenzhypothese des Zinses

(2 a) Die vier Versionen der EHZ in diskreter Zeit¹⁾

(2.1) Die erwarteten Periodenerträge sind für alle festverzinslichen Wertpapiere mit unterschiedlicher Laufzeit gleich:

$$E_t[P(t+1, T-1)]/P(t, T) = 1 + R_{t+1}$$

$$\Leftrightarrow P(t, T) = E_t[[(1 + R_{t+1})(1 + R_{t+2}) \dots (1 + R_T)]^{-1}]$$

$$\Leftrightarrow \Phi(t, T) = E_t[P(t+1, T-1)]/P(t, T) - (1 + R_{t+1}) = 0$$

(2.2) Der ex ante garantierte Gesamtertrag eines festverzinslichen Wertpapiers ist gleich dem Ertrag einer Serie von einperiodigen festverzinslichen Wertpapieren:

$$X(t, T) = 1/P(t, T) - E_t[(1 + R_{t+1})(1 + R_{t+2}) \dots (1 + R_T)] = 0$$

(2.3) Der ex ante garantierte durchschnittliche Periodenertrag eines festverzinslichen Wertpapiers ist gleich der Rendite einer Serie von einperiodigen Papieren:

$$w(t, T) = P(t, T)^{\frac{-1}{T}} - E_t\left[\left[\frac{1}{(1 + R_T)^T}\right] \dots \right] = 0$$

(2.4) Die von der Renditestruktur implizierten zukünftigen Zinsraten sind gleich den erwarteten zukünftigen Zinsraten:

1) Notation siehe Anhang (1 a)

$$\begin{aligned}\psi(t, T) &= P(t, T) / P(t, T+1) - E_t(1 + R_{T+1}) = 0 \\ &= (1 + {}_t F_{T+1}) - E_t(1 + R_{T+1}) = 0\end{aligned}$$

Die Gleichungen (2.1) bis (2.4) können u. a. folgenden Autoren zugeordnet werden:

(2.1): Lutz (20), S. 49:

"... a lender who wants to invest for only one year is in principle prepared to buy ... a bond of any other maturity and sell it again after the first year."

(2.2): Lutz (20), S. 37:

"An owner of funds will go into the long market if he thinks the return he can make there over the time for which he has funds available will be above the return he can make in the short market over the same time, and vice versa,"

(2.3): Malkiel (21), S. 23:

"... all differentials in expected holding period yields (are) completely eliminated ..."

(2.4): Malkiel (21), S. 23:

"Forward rates and expected future spot rates are driven to equality"

Die EHZ macht keine Aussage darüber, welche dieser vier Gleichungen im Gleichgewicht gelten soll.

(2 b) Nachweis der Inkonsistenz

Für $x = (1 + R_t)(1 + R_{t+1}) \dots (1 + R_{T-1})$ können

(2.1) bis (2.4) umgeschrieben werden:

$$(2.1') \quad P_{(1)} = E_t(x^{-1})$$

$$(2.2') \quad P_{(2)} = E_t(x)^{-1}$$

$$(2.3') \quad P_{(3)} = E_t[(x^{1/T})^T]^{-1}$$

$$(2.4') \quad P_{(4)} = [(1 + R_t) E_t(1 + R_{t+1}) \dots E_t(1 + R_{T-1})]^{-1}$$

Wegen Jensens Ungleichung gelten die folgenden Relationen:

$$\begin{array}{ll}
 P_{(1)} > P_{(2)} & | x^{-1} \text{ ist eine konkave Funktion von } x \\
 P_{(3)} > P_{(2)} & | x^{1/T} \text{ ist eine konvexe Funktion von } x, \\
 & \text{so da\ss } E(x^{1/T})^T < E(x) \\
 P_{(2)} = P_{(4)} & | \text{wenn } \text{cov}(R_t, R_{t+1}, \dots, R_{T-1}) = 0 \\
 P_{(2)} > P_{(4)} & | \text{wenn } \text{cov}(R_t, R_{t+1}, \dots, R_{T-1}) > 0 \\
 P_{(2)} < P_{(4)} & | \text{wenn } \text{cov}(R_t, R_{t+1}, \dots, R_{T-1}) < 0 \\
 P_{(1)} > P_{(4)} & | \text{CIR (10), S. 796, Gleichungen (A.8a) und (A.8b),} \\
 P_{(3)} > P_{(4)} & | \text{zeigen, da\ss die Ungleichungen f\ur Papiere mit zwei} \\
 & \text{Perioden Laufzeit gelten. Dies ist m\oglich, weil} \\
 & \text{in diesem Fall } \text{cov}(R_t, R_{t+1}) = 0 \text{ gilt, da } R_t \\
 & \text{fix ist, so da\ss } P_{(4)} = P_{(2)} \text{ bzw. } E(R_t)E(R_{t+1}) \\
 & = E(R_t R_{t+1}). \text{ Bei Papieren mit l\angere Laufzeit} \\
 & \text{kann die Kovarianz der Periodenzinss\atze von Null} \\
 & \text{verschieden sein. Die Ungleichungen gelten dann} \\
 & \text{notwendigerweise nur, wenn "cov}(R_{t+1}, R_{t+2}, \dots, \\
 & R_{t+T}) \geq 0" \text{ gilt.}
 \end{array}$$

Zwischen $P_{(1)}$ und $P_{(3)}$ ist keine der drei Relationen m\oglich [CIR (10) weisen nicht darauf hin. Sie sprechen davon, da\ss alle vier EHZ-Versionen inkompatibel sind]. Es kann also nicht ausgeschlossen werden, da\ss auch sie ungleich sind.

(2 c) Die vier Versionen der LPZ in diskreter Zeit

Die LPZ impliziert in ihrer allgemeinen, in Abschnitt 2.1 gegebenen Definition, da\ss die Anlage in langfristigen festverzinslichen Wertpapieren einen h\ogeren Ertrag erbringt als die Anlage in kurzfristigen festverzinslichen Wertpapieren im gleichen Zeitraum. Analog zur EHZ lassen sich aus dieser allgemeinen Definition vier Typen von Risikopr\amien ableiten:¹⁾

1) Definition der Variablen siehe (2 a)

- (2.5) $\Phi(t,T) > 0$: holding Prämie
- (2.6) $x(t,T) > 0$: roll-over Prämie
- (2.7) $w(t,T) > 0$: durchschnittliche roll-over Prämie
- (2.8) $\Psi(t,T) > 0$: forward Prämie

(Mangels einer deutschen Terminologie werden diese vier Typen im Rahmen dieser Arbeit mit den in der angelsächsischen Literatur üblichen Ausdrücken bezeichnet.) Die LPZ macht keine Aussage darüber, welche dieser vier Typen, die von ihr postulierten Eigenschaften hat. Wie in Anhang (2 b) gezeigt, können diese vier Ausdrücke aufgrund ihrer unterschiedlichen, ~~stochastischen~~ Eigenschaften divergieren. Da die LPZ (im Unterschied zur EHZ, die die Gleichheit dieser vier Typen fordert) die Größe der Risikoprämie unbestimmt läßt, sind grundsätzlich alle vier Typen miteinander konsistent. Über die Beziehungen der Typen untereinander sind folgende zusätzliche Aussagen möglich: In kontinuierlicher Zeit sind $w(t,T)$ und $\Psi(t,T)$ äquivalent (vgl. Cox, Ingersoll, Ross (10), S. 776) Campbell (4) zeigt, daß die Unterschiede zwischen $\Psi(t,T)$ und $\Phi(t,T)$ auf Effekten zweiter Ordnung basieren und bei einer Linearisierung erster Ordnung wegfallen. Wie die CCAP-Analyse der vier Typen zeigt, impliziert das CCAP-Modell, daß alle vier unter bestimmten Umweltbedingungen größer Null sind (vgl. Anhang (8)).

(2 e) Nachweis der Inkonsistenz der Annahme der Homogenität festverzinslicher Wertpapiere unterschiedlicher Laufzeit

Unter der Annahme der Homogenität festverzinslicher Wertpapiere unterschiedlicher Laufzeit ist der ex ante sichere Ertrag eines festverzinslichen Wertpapiers mit einer Periode Laufzeit gleich dem erwarteten Ertrag eines "Zweiperioden-papiers" in dieser Periode:

$$(2.9) \quad 1/P(t,1) = E_t(P(t+1,1)/P(t,2)) \\ \Leftrightarrow P(t,1)/P(t,2) = 1/E_t(P(t+1,1))$$

Bei Homogenität muß aber auch der erwartete Ertrag einer Serienstrategie über zwei Perioden und der Ertrag eines "Zweiperiodenpapiere" gleich sein:

$$(2.10) \quad 1/P(t,2) = 1/P(t+1) E_t(1/P(t+1,1)) \\ \Leftrightarrow P(t,1)/P(t,2) = E_t(1/P(t+1,1))$$

-
Wegen Jensens Ungleichung können (4) und (5) aber nicht gleichzeitig gelten:

$$(2.11) \quad \nabla P(t,1)/P(t,2) = E_t(1/P(t+1,2)) \\ > 1/E_t(t+1,1) \neq P(t,1)/P(t,1)^{1)}$$

1) $1/P(t+1,1)$ ist eine konvexe Funktion von $P(t+1,1)$. Wegen Jensens Ungleichung gilt deshalb das Größerzeichen.

Anhang (3): Zur Theorie der rationalen Erwartungen¹⁾

(3 a) Darstellung

Wirtschaftssubjekte bilden rationale Erwartungen, wenn sie bei der Prognose ökonomischer Variablen die zum Zeitpunkt der Prognose vorhandene wahre Informationsmenge ausnutzen und ihre, zu der Prognose verwendeten, subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen gleich den objektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind.

Die zum Zeitpunkt t vorhandene wahre Informationsmenge Φ_t^W besteht aus den wahren Informationen über die vergangenen Realisationen relevanter ökonomischer Variablen [im folgenden dargestellt durch die Matrix X_t^W] und aus Kenntnissen über das der Ökonomie zugrundeliegende, wahre Strukturmodell (im folgenden S_t^W). Entspricht die von den Wirtschaftssubjekten bei Prognosen verwendete Informationsmenge (Φ_t) der wahren Informationsmenge,

$$(3.1) \quad \Phi_t = \Phi_t^W,$$

so sind ihre Erwartungen rational, und es gilt:

$$(3.2) \quad y_{t+n} = E_t(y_{t+n} \mid \Phi_t) + \varepsilon_t$$

$$\text{mit } E(\varepsilon_t) = 0$$

$$\text{und } \text{cov}(\Phi_t^W, \varepsilon_t) = 0$$

Der Erwartungswert des Vorhersagefehlers ist bei rationalen Erwartungen Null, weil die Abweichungen der Realisation der Variablen von ihrem Erwartungswert nur auf bis zum Zeitpunkt $t + n$ eintreffenden, neuen Informationen besteht, deren Erwartungswert im Zeitpunkt t Null ist.

Die Kovarianz zwischen Prognosefehler und der wahren Informationsmenge ist Null, da anderenfalls ein systematischer, mathematisch erfaßbarer Zusammenhang zwischen Fehler und

1) Darstellung und Diskussion der Theorie rationaler Erwartungen stützt sich auf M. J. M. Neumann (30)

Informationsmenge bestünde, der zur "Verbesserung" der Prognose benutzt werden könnte. Entspricht die von den Wirtschaftssubjekten verwendete Informationsmenge nicht der wahren Informationsmenge, so sind die Erwartungen nach obiger Definition nicht rational und es gilt:

$$(3.3) \quad \Phi_t \neq \Phi_t^w$$

$$(3.4) \quad y_{t+n} = E_t(y_{t+n} \mid \Phi_t) + \varepsilon_t$$

$$\text{mit } E(\varepsilon_t) \neq 0$$

$$\text{und } \text{cov}(\Phi_t, \varepsilon_t) \neq 0$$

(3 b) Diskussion der Theorie rationaler Erwartungen

Der Schwerpunkt der ökonomischen Kritik an der Theorie rationaler Erwartungen richtet sich gegen die Vernachlässigung der Kosten der Informationsbeschaffung und -auswertung. Wirtschaftssubjekte, die nach dem Axiom des ökonomischen Rationalverhaltens handeln, sind nur bereit solange in die Beschaffung von Informationen zu investieren, bis die Grenzkosten der Informationsbeschaffung gleich den erwarteten Grenzerträgen der damit verbesserten Prognose sind. Sind die Grenzkosten der Informationsbeschaffung höher als die erwarteten Grenzerträge der Prognoseverbesserung, existiert für die Wirtschaftssubjekte kein Anreiz, ihre Prognosen zu verbessern. Sie sind in dieser Situation also bereit, systematische Prognosefehler hinzunehmen. Dies führt zu dem (letztendlich auf der Definition rationaler Erwartungen beruhenden) Paradoxon, daß rational handelnde Wirtschaftssubjekte keine rationalen Erwartungen bilden.

Die Theorie rationaler Erwartungen kann also nicht notwendigerweise aus dem Axiom ökonomischen Rationalverhaltens abgeleitet werden. Unterstellt man die Gültigkeit dieses Axioms, so bilden die Wirtschaftssubjekte lediglich "effiziente Erwartungen", die mit der Existenz von systematischen Prognosefehlern vereinbar sind.

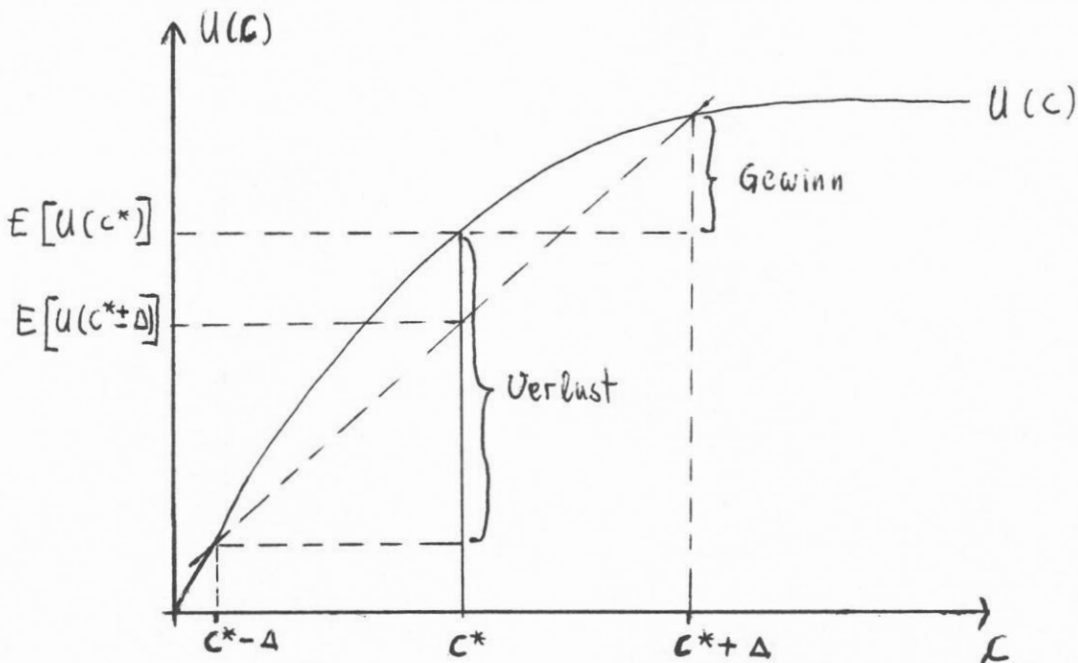
Diese Diskussion der Theorie rationaler Erwartungen zeigt, daß die Postulierung rationaler Erwartungen eine sehr restriktive Annahme ist: In einer Ökonomie mit positiven Informationskosten ist die Annahme rationaler Erwartungen nur dann mit den ökonomischen Axiomen begründbar, wenn gezeigt werden kann, daß die Grenzerträge einer rationalen Prognose gleich den Grenzkosten sind.

Anhang (4): Theorie der Risikoaversion

(4 a) Definition der Risikoaversion (vgl. Arrow (14))

Ein Wirtschaftssubjekt, das, ausgehend von einer Position der Sicherheit, ein Spiel mit gleichen Gewinn- und Verlustchancen (faïres Spiel) ablehnt, verhält sich risikoavers.

Die mikroökonomische Begründung der Risikoaversion geht auf die Annahme abnehmenden Grenznutzens zurück (1. Gossen'sches Gesetz). Da bei Gültigkeit dieses Gesetzes eine zusätzliche Einheit eines Konsumgutes einen geringeren Nutzen als die "vorangegangene" stiftet, stiftet der mögliche Gewinn eines fairen Spiels einen geringeren Nutzen als bei einem Verlust geopfert werden muß. Dieser Zusammenhang kann grafisch dargestellt werden:



$\pm \Delta$: Verlust bzw. Gewinn

c^* : sicheres Einkommen (ohne Spiel)

Der erwartete Nutzen des sicheren Einkommens, $E(U(c^*))$, ist größer als der bei einem fairen Spiel, $E(U(c^* \pm \Delta))$, (vgl. Felderer - Homburg (16), S. 214).

(4 b) Maße der Risikoaversion

Bei der Spezifikation einiger Testhypothesen werden bestimmte Annahmen über den Grad der vorliegenden Risikoaversion gemacht. Im folgenden werden deshalb die Definitionen der Arrow-Pratt-Maße der Risikoaversion gegeben:

1. Maß der absoluten Risikoaversion:

$$R_A(y) = - U''(y)/U'(y)$$

2. Maß der relativen Risikoaversion:

$$R_R(y) = y \quad (- U''(y)/U'(y))$$

Interpretation:

Wie in der Grafik erkennbar, entscheidet die Krümmung der Nutzenfunktion (also die Relation des bei einem potentiellen Gewinn erreichbaren höheren Nutzens zu dem bei einem potentiellen Verlust entstehenden Nutzenverlust) über das Ausmaß des Rückgangs des erwarteten Nutzens bei einem fairen Spiel. Diese Krümmung wird im Quotienten der zweiten $[U''(y)]$ und ersten Ableitung $[U'(y)]$ der Nutzenfunktion "gemessen".

Anhang (5): Die Liquiditätspräferenztheorie der
Renditestruktur festverzinslicher Wertpapiere

(5 a) Darstellung

Die Liquiditätspräferenztheorie der Renditestruktur geht zurück auf Keynes (7). Die Ausformulierung dieser Theorie zu der heute (vgl. CIR (10), S. 784) als Liquiditätspräferenzmodell bezeichneten Theorie wurde von Hicks (8) geleistet. Hicks geht dabei von einem "konstitutionellen" Überangebot an langfristigen festverzinslichen Wertpapieren (im folgenden FW) aus ("constitutionell weakness in the supply of long funds"). Dieses Überschußangebot ist für ihn einerseits eine Folge des Bestrebens der Kreditnehmer, sich gegen zukünftige Zinsschwankungen abzusichern, andererseits eine Folge des Bestrebens der Kreditgeber, ein möglichst geringes Kurschwankungsrisiko zu tragen (Hicks (8), S. 146 - 147 und 151). Dieses höhere Kursschwankungsrisiko ist die Crux des Modells. Es kann an folgendem Rechenbeispiel deutlich gemacht werden:

(5.1) Kurs eines einperiodigen Nullcoupons mit Rücknahme-
kurs:

$$P(t+1, 0) = 1,5; \text{ daraus folgt } P(t, 1) = 1,5/(1+D).$$

(5.2) Kurs eines Konsols mit einer ewigen Rente von $R = 1$:

$$P(t, \infty) = 1/D$$

Situation 1: $D_1 = 2 \Rightarrow P_1(t, 1) = 0,5; \quad P_1(t, \infty) = 0,5$

Situation 2: $D_2 = 3 \Rightarrow P_2(t, 1) = 0,375; \quad P_2(t, \infty) = 0,3$

Situation 3: $D_3 = 1 \Rightarrow P_3(t, 1) = 0,75; \quad P_3(t, \infty) = 1$

Bei einer Schwankung des erwarteten Zinsniveaus D von

$(D_3 - D_2)/D_1 = 100 \%$ ergibt sich eine relative

Kursschwankung des kurzfristigen Nullcoupons von

$$[P_3(t, t+1) - P_2(t, t+1)]/P_1(t, t+1) = 75 \%$$

während der langfristige Konsol um

$$[P_3(t, \infty) - P_2(t, \infty)]/P_1(t, \infty) = 133 \%$$

schwankt.

Das höhere Kursschwankungsrisiko, so diese Theorie, ist der Grund für die Heterogenität FW mit unterschiedlicher Laufzeit. Es führt dazu, daß das Angebot an langfristigen FW von den Wertpapiernachfragern nur zu einem niedrigeren Kurs abgenommen wird als das Angebot an kurzfristigen FW. Mit anderen Worten, langfristige FW müssen eine um eine Risikoprämie (im folgenden RP) höhere Rendite tragen als kurzfristige FW, um am Markt abgesetzt werden zu können.¹⁾ Aus dem Hicks'schen Liquiditätspräferenzmodell wird von einigen Autoren die LPH abgeleitet, die eine positive, monoton mit der Laufzeit ansteigende, im Zeitverlauf konstante RP postuliert (siehe Kessel (20), S. 45, Fußnote 3). (Die Annahme einer zeitlich konstanten RP ist keine notwendige Implikation des Modells: Da das Kursrisiko von der Volatilität des Zinsprozesses abhängt, und diese im Zeitverlauf schwanken kann, ist das Liquiditätspräferenzmodell auch mit einer variablen RP zu vereinbaren).

(5 b) Kritik des Liquiditätspräferenzmodells

Die Kritik des Liquiditätspräferenzmodells richtet sich gegen die Nichtberücksichtigung des Ertragsverlustrisikos.²⁾

Während ein langfristiges FW einen ex ante garantierten festen Ertrag erbringt, ist der Ertrag einer vergleichbaren Serie kurzfristiger FW ex ante ungewiß: Der "Preis" für ein geringeres Kursschwankungsrisiko ist ein höheres Ertragschwankungsrisiko. Es kann nicht ausgeschlossen werden, daß ein Individuum, das an einem langfristig gesicherten Ertrag interessiert ist, sein Geld auch dann in langfristigen FW an-

1) Der in 2.2 beschriebene Arbitragemechanismus behält im Rahmen dieses Modells seine Gültigkeit. Der beschriebene Anpassungsprozeß führt allerdings nicht mehr zu einer vollständigen Angleichung der erwarteten und von der Renditestruktur implizierten Zinsraten: Die implizierte Zinsrate divergiert von der erwarteten um eine positive Risikoprämie: $\psi(t, T) = P(t, T)/P(t, T+1) - E_t(1+R_t) > 0$

2) Vergleiche hierzu Lutz (12), S. 187, Woodward (1), S. 348

legen wird, wenn es dafür keine RP erhält. Es ist im Rahmen dieses Modells nicht möglich, a priori zu entscheiden, welche Strategie, die "Kurssicherungsstrategie" oder die "Ertragsicherungsstrategie", von den Wirtschaftssubjekten als riskanter betrachtet wird und infolgedessen eine RP erbringen muß. Die Liquiditätspräferenztheorie der Renditestruktur ist also insofern unvollständig, als sie nicht erklären kann, warum die Wirtschaftssubjekte das Ertragsschwankungsrisiko dem Kursschwankungsrisiko vorziehen. Wie sich bei der Diskussion eines konsumorientierten CAP-Modells zeigen wird, kann dieses Modell erklären, unter welchen ökonomischen Umweltbedingungen das Ertragsschwankungsrisiko dem Kursschwankungsrisiko vorgezogen wird.

Anhang (6): Das konsumorientierte CAP-Modell¹⁾

Es wird angenommen, die Wirtschaftssubjekte maximieren zeitlich-additive, zustandsunabhängige, differenzierbare, konkave Nutzenfunktionen vom Neumann-Morgenstern Typ:

$$(6.1) \quad E_t(u_t) = E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \delta^k u^*(C_{t+k}) \right]$$

mit: C_{t+k} : Konsummenge des Wirtschaftssubjektes in Periode $t+k$

δ : $= 1/(1+p)$: subjektiver Diskontfaktor des Wirtschaftssubjektes

$(1+p)$: subjektive Zeitpräferenzrate des Wirtschaftssubjektes

$u^*(C_{t+k})$: Nutzen, der im Zeitpunkt $t+k$ aus dem Konsum von C_{t+k} entsteht.

$$u^*(C_{t+k}) \delta^k = u(C_{t+k})$$

$u(C_{t+k})$: Der mit der subjektiven Zeitpräferenzrate des Haushaltes auf den Zeitpunkt t abdiskontierte Nutzen, der im Zeitpunkt $t+k$ entsteht.

Gegeben die Budgetrestriktion, lautet die notwendige Bedingung erster Ordnung für ein intertemporales Nutzenmaximum [vgl. Grossman/Shiller (24), S. 138-5]:

$$(6.2) \quad P_i(t) u_c(t) = E_t(P_i(t+1) u_c(t+1))$$

mit: $P_i(t)$: Realer Kurs des i -ten Aktivums zum Zeitpunkt t

$P_i(t+1)/P_i(t) = (1+h_{i,t+1})$: Reale Ertragsrate des i -ten Aktivums im Zeitpunkt $t+1$. Der notatio-

1) Diese Ableitung eines CCAP-Modells beruht auf Campbell (25), S. 394 - 397 und Grossman/Shiller (24)

nellen Einfachheit halber wird unterstellt, daß sich alle Aktiva über ihren Kurs verzinsen (Die Kreditnehmer schütten Dividenden und Renditen nicht aus, sondern halten sie bis zum Rückkauf des Aktivums zurück).

$$\frac{\delta u(C_{t+k})}{\delta C_{t+k}} : = u_c(t+k);$$

Erste Ableitung der Nutzenfunktion im Zeitpunkt $t+k$.

(6.2) entspricht dem intertemporalen, zweiten Gossen'schen Gesetz (Interpretation siehe Hauptteil, Punkt 2.3.1).

$P_i(t)$ und $u_c(t)$ sind zum Zeitpunkt t Konstanten und können deshalb hinter den Erwartungsoperator gezogen werden:

$$(6.3) \quad E_t \left(\frac{P_i(t+1)}{P_i(t)} \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow E_t((1+h_{i,t+1}) m_{t+1}) = 1 \quad | \quad m_{t+1} = \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}$$

$$E_t(1+h_{i,t+1}) = \frac{1 - \text{cov}_t(h_{i,t+1}; m_{t+1})}{E_t(m_{t+1})} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Kovarianz-} \\ \text{zerlegungssatz} \end{array} \right.$$

Gleichung (6.3) gilt in einer Ökonomie nur, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind. [Vergleiche dazu z. B. Rubinstein (5) für ein Modell in diskreter Zeit und Cox, Ingersoll, Ross (44) für ein Modell in kontinuierlicher Zeit.] Für ein Aktivum mit risikoneutralem Ertrag zum Zeitpunkt $t+1$ (ein solches Aktivum ist z. B. ein täuschungsrisikofreies, festverzinsliches Wertpapier, das zum Zeitpunkt $t+1$ einen ex ante sicheren Ertrag von $h_{o,t+1}$ abwirft) gilt:

$$(6.4) \quad \text{cov}_t(h_{o,t+1}, m_{t+1}) = 0,$$

da $h_{o,t+1}$ in Zeitpunkt t bereits feststeht.
Eingesetzt in (6.3) und subtrahiert von
 $E_t(1+h_{i,t+1})$ gilt:

$$(6.5) \quad E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) = \frac{-\text{cov}(h_{i,t+1}, m_{t+1})}{E_t(m_{t+1})}$$

Sei $h_{m,t+1}$ der Ertrag des Konsumportfolios, das
perfekt mit m_{t+1} korreliert ist:

$$(6.6) \quad (1+h_{m,t+1}) = a \cdot m_{t+1}$$

Substituiert man $(1 + h_{m,t+1})$ in Gleichung (6.3),
so ergibt sich für den Proportionalitätsfaktor a :

$$(6.7) \quad E_t(a \cdot m_{t+1}^2) = 1$$

$$\Leftrightarrow a = 1/E_t(m_{t+1}^2),$$

so daß für (6.6) geschrieben werden kann:

$$(6.8) \quad (1 + h_{m,t+1}) = m_{t+1}/E_t(m_{t+1}^2)$$

(6.9) kann dann umschrieben werden:

$$(6.10) \quad E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) = \frac{-\text{cov}_t(h_{i,t+1}, h_{m,t+1}) E_t(m_{t+1}^2)}{E_t(1 + h_{m,t+1}) E_t(m_{t+1}^2)} \\ = \frac{-\text{cov}_t(h_{i,t+1}; h_{m,t+1})}{E_t(1 + h_{m,t+1})}$$

Für $h_{m,t+1}$ eingesetzt in (6.10) gilt:

$$(6.11) \quad E_t(h_{m,t+1} - h_{o,t+1}) = \frac{-\text{var}_t(h_{m,t+1})}{E_t(1 + h_{m,t+1})}$$

Durch Einsetzen von (6.11) in (6.10) folgt:

(6.12)

$$\begin{aligned} E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1}) &= \frac{\text{cov}_t(h_{i,t+1}; h_{m,t+1})}{\text{var}_t(h_{m,t+1})} E_t(h_{m,t+1} - h_{o,t+1}) \\ &= \beta_{i,m,t+1} E_t(h_{m,t+1} - h_{o,t+1}) \end{aligned}$$

(6.12) ist das "Einbeta-CCAP-Modell" von Breeden (6).

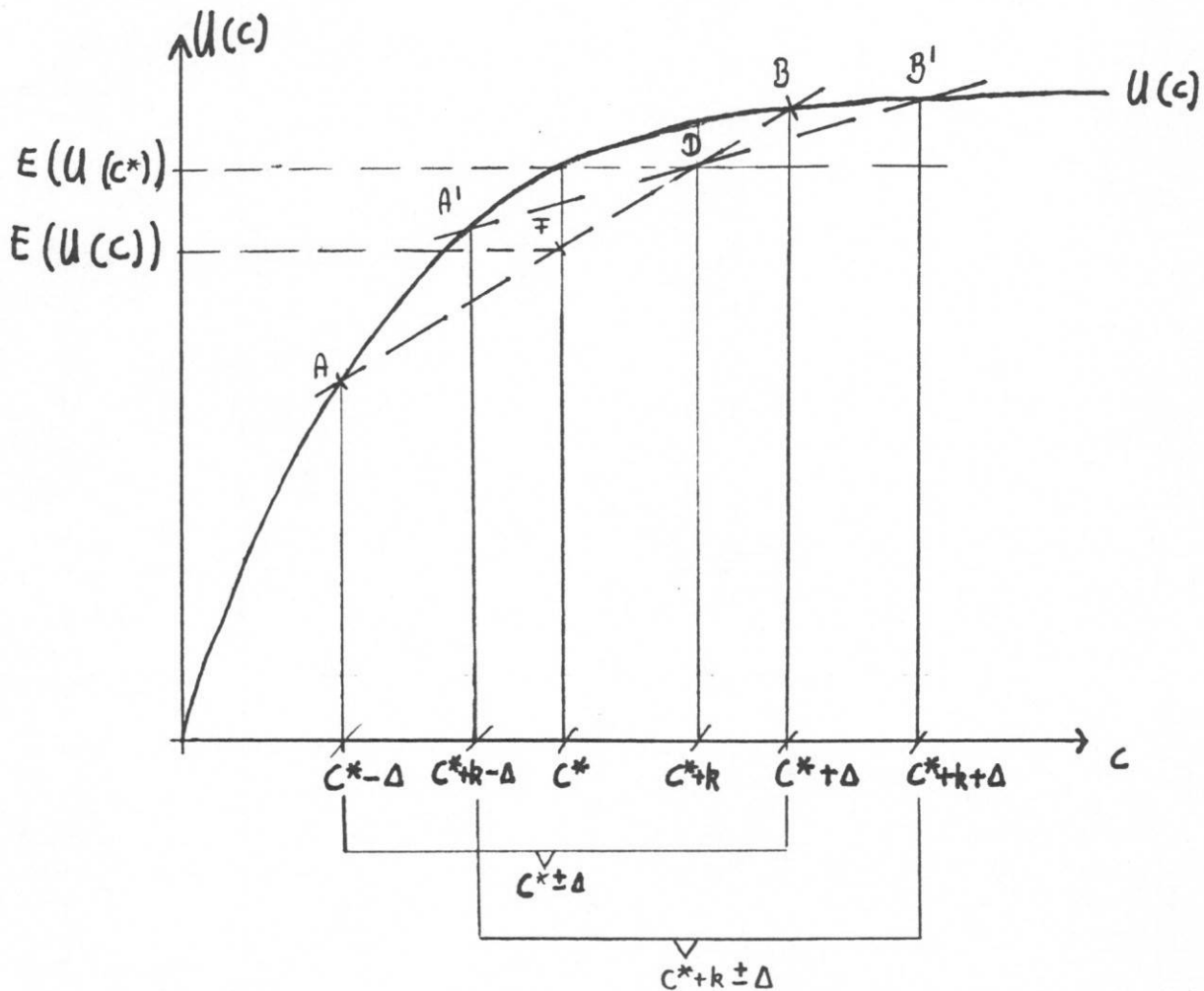
Die Ertragsdifferenz zwischen dem i-ten Aktivum und dem risikoneutralen Aktivum $[E_t(h_{i,t+1} - h_{o,t+1})]$

hängt demnach von der Ertragsdifferenz des Konsumportfolios mit dem risikoneutralen Aktivum

$[E_t(h_{m,t+1} - h_{o,t+1})]$ gewichtet mit dem prozentualen Anteil der Kovarianz der Erträge des i-ten Aktivums und des Konsumportfolios an der Varianz des Konsumportfolios $[\beta_{i,m,t+1} = \text{Regressionskoeffizient}]$ ab.

Der ökonomische Gehalt von (6.12) übersteigt den von Gleichung (6.5) nicht, so daß auf eine weitere Interpretation von (6.12) verzichtet wird und stattdessen auf die Interpretation von Gleichung (11) im Hauptteil [= (6.5)] verwiesen wird. (6.12) dient im empirischen Teil zur Ableitung einer Testimplikation.

Anhang (7): Grafische Interpretation eines CCAP-Modells



(7 a) Wirkung eines perfekt negativ mit dem Konsum korrelierten Aktivumertrages auf den erwarteten Nutzen eines Wirtschaftssubjektes

1. Annahmen

- i) Das Wirtschaftssubjekt (im folgenden Wisu) hat eine konkave Nutzenfunktion. Der Konsum des Wisu schwankt um den Erwartungswert c^* in Abhängigkeit von den relevanten Zustandsvariablen der Ökonomie:

$$c = c^* \pm \Delta$$

- ii) Die Wahrscheinlichkeit von $+\Delta$ ist gleich der Wahrscheinlichkeit von $-\Delta$: $P(+\Delta) = P(-\Delta)$

- iii) Es existiert ein Aktivum, dessen Ertrag perfekt negativ mit dem Konsum korreliert ist:

$$\text{cor}(c, r) = -1$$

$$\text{cor}(u_c, r) = 1$$

Es gilt deshalb:

$$+ \Delta \Leftrightarrow -r$$

$$- \Delta \Leftrightarrow +r$$

Dieses Aktivum besitzt also Versicherungsqualität gegen Konsumrisiko.

2. Folgerungen

- i) Das erwartete Nutzenniveau von c kann grafisch durch den Schnittpunkt der Sekante AB (die die Nutzenfunktion an den Randpunkten der Konsumverteilung schneidet) mit der Senkrechten zu dem Erwartungswert c^* gefunden werden. Das erwartete Nutzenniveau $E(u(c))$ liegt demnach auf der Höhe des Punktes F .¹⁾
- ii) Beim Halten des "Versicherungsaktivums" kann das Wisu einen sicheren Konsum von c^* realisieren. Da dieser Konsum sicher ist, erbringt er einen erwarteten Nutzen in Höhe von $E(u(c^*)) = u(c^*)$.
- iii) Der erwartete Nutzen beim Halten des "Versicherungsaktivums" ist, obwohl es einen Ertrag von Null abwirft [$E(+r - r) = 0$], größer als ohne das Halten dieses Aktivums: $E(u(c \pm r)) = E(u(c^*)) > E(u(c))$.

1) Zum grafischen Verfahren vergleiche Breeden (26), S. 9

(7 b) Bestimmung des Marktgleichgewichtsertrages des risikoneutralen Aktivums

1. Annahmen

- i) bis iii) wie oben.
- iv) Es existiert ein Aktivum, das stets einen konstanten Ertrag abwirft (risikoneutrales Aktivum).

2. Folgerungen

- i) Damit das Wisu indifferent zwischen dem risikoneutralen und dem "Versicherungsaktivum" ist, muß das risikoneutrale Aktivum einen Ertrag abwerfen, mit dem der Haushalt das gleiche erwartete Nutzenniveau erreicht wie beim Halten des Versicherungsaktivums:

$$E(u(c \pm r)) \stackrel{!}{=} E(u(c+k))$$

Grafisch kann dieser Ertrag abgeleitet werden, indem der Erwartungswert des Konsumes (c^*) solange nach rechts verschoben wird, bis der Schnittpunkt der Sekante $\overline{AB}$ mit der auf $c+k$ stehenden Senkrechten auf die durch $u(c^*)$ laufende Horizontale zu liegen kommt. Dies ist in Punkt D der Fall. Die auf der Abzisse abgetragene Strecke k ist demnach der konstante Ertrag um den das risikoneutrale Aktivum den Erwartungswert des Konsumes erhöhen muß, damit ein erwarteter Nutzen von

$$E(u(c \pm r)) = u(c^*)$$

erreicht wird. Bei einem Ertrag des risikoneutralen Aktivums in Höhe von k , ist das Wisu mit der Nutzenfunktion $u(c)$ also indifferent zwischen dem Versicherungsaktivum und dem risikoneutralen Aktivum.

- ii) Im Gleichgewicht hat das risikoneutrale Aktivum also einen höheren Ertrag als das Versicherungsaktivum:

$$E(k) = k > 0 = E(+r - r)$$

Anhang (8): Die CCAP-Analyse der Risikoprämien

(8 a) Analyse der holding Prämie

Die holding Prämie ist definiert als

$$(8.1) \quad \Phi(t, T) = E_t [P(t+1, T-1)/P(t, T)] - 1/P(t, 1).$$

Sie setzt sich aus der Differenz des ex ante unsicheren Periodenertrages eines langfristigen Papierses mit der Laufzeit T und des ex ante sicheren Ertrages eines Papierses mit einer Periode Laufzeit zusammen. Die intertemporalen Gleichgewichtsbedingungen der beiden Erträge lauten:

$$(8.2) \quad E_t \left[\frac{P(t+1, T-1)}{P(t, T)} \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right] = 1$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow E_t \left[\frac{P(t+1, T-1)}{P(t, T)} \right] &= [1 - \text{cov}_t \left[\frac{P(t+1, T-1)}{P(t, T)}, \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right]] E_t \left[\frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right]^{-1} \\ &= [1 - \text{cov}_t [h_{t+1, T}, \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}]] E_t \left[\frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right]^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{für } P(t+1, T-1)/P(t, T) = (1 + h_{t+1, T})$$

$$(8.3) \quad E_t \left[\frac{1}{P(t, 1)} \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right] = 1$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{1}{P(t, 1)} = E_t \left[\frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} \right]^{-1}$$

Durch Einsetzen von (8.2) und (8.3) in (8.1) folgt:

(8.4)

$$\begin{aligned}\Phi(t, T) &= [1 - \text{cov}_t[h_{t+1, T}, \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}]] E_t[\frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}]^{-1} - E_t[\frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}]^{-1} \\ &= - \text{cov}_t[\cdot] E_t[\cdot]^{-1} \\ &= - \text{cov}_t[h_{t+1, T}, u_c(t+1)] \frac{1}{E_t(u_c(t+1))}\end{aligned}$$

da $u_c(t)$ in Zeitpunkt t determiniert ist.

(8 b) Analyse der forward Prämie

Die forward Prämie ist definiert als:

$$(8.5) \quad \Psi(t, T) = [P(t, T)/P(t, T+1)] - E_t(1 + R_{T+1})$$

Bei der forward Prämie ist also der Ertrag des langfristigen Papiers ex ante sicher, während der Ertrag des Papiers mit einer Periode Laufzeit ex ante unsicher ist. Susan Woodward (2) bildet die CCAP-Gleichung der forward Prämie mit dem folgenden Verfahren: Die intertemporalen Gleichgewichtsbedingungen sind:

$$(8.7) \quad \frac{P(t, T)}{P(t, T+1)} = \frac{E_t(u_c(t+T))}{E_t(u_c(t+T+1))}$$

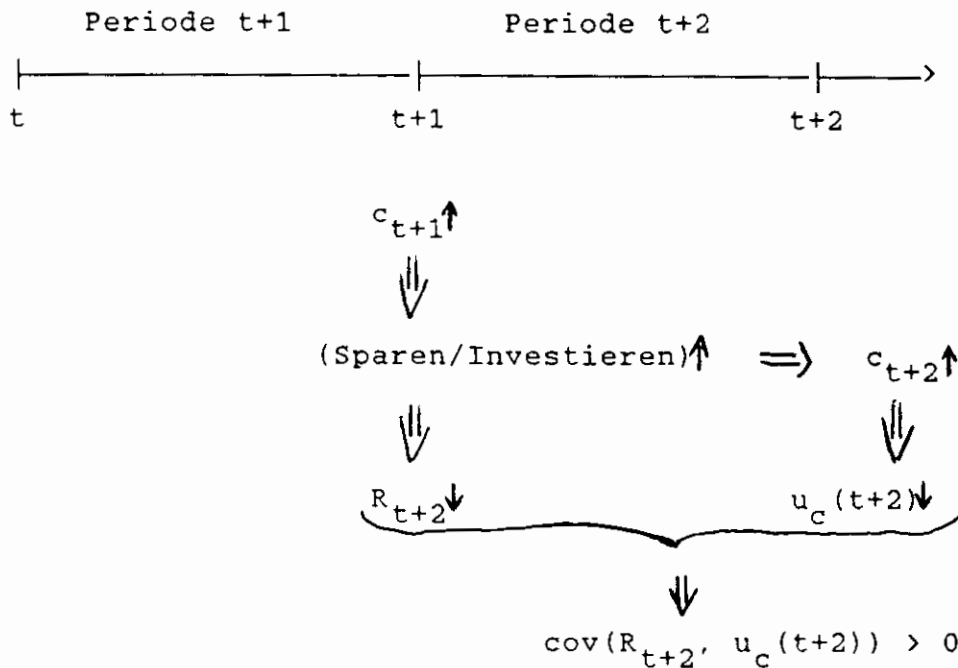
$$(8.8) \quad E_t\left[\frac{P(t+T+1, 0)}{P(t+T, 1)}\right] = E_t(1 + R_{t+T+1}) = E_t\left[\frac{u_c(t+T)}{u_c(t+T+1)}\right]$$

Durch Einsetzen von (8.7) und (8.8) in (8.5) folgt:

$$\begin{aligned}
 (8.9) \quad \psi(t, T) &= \frac{E_t(u_c(t+T))}{E_t(u_c(t+T+1))} - E_t\left(\frac{u_c(t+T)}{u_c(t+T+1)}\right) \\
 &= \frac{1}{E_t(u_c(t+T+1))} [E_t[E_t(u_c(t+T)) - E_t\left(\frac{u_c(t+T)}{u_c(t+T+1)}\right) \\
 &\quad E_t(u_c(t+T+1))]] \\
 &= \frac{1}{E_t(u_c(t+T+1))} \cdot \\
 &\quad E_t[E_t\left(\frac{u_c(t+T)}{u_c(t+T+1)}\right) u_c(t+T+1) - E_t\left(\frac{u_c(t+T)}{u_c(t+T+1)}\right) \\
 &\quad E_t(u_c(t+T+1))]] \\
 &= \frac{1}{E_t(u_c(t+T+1))} \operatorname{cov}\left[\frac{u_c(t+T)}{u_c(t+T+1)}, E_t(u_c(t+T+1))\right] \\
 \underline{(8.8)} \quad &\frac{1}{E_t(u_c(t+T+1))} \operatorname{cov}[R_{t+T+1}, E_t(u_c(t+T+1))]
 \end{aligned}$$

Nach (8.9) ist die forward Prämie dann positiv, wenn der in Zeitpunkt $t+T+1$ ausgezahlte Einperiodenertrag $[R_{t+T+1}]$ positiv mit dem erwarteten Grenznutzen in Zeitpunkt $t+T+1$ kovariiert. In diesem Fall führt die kurzfristige Strategie [Kauf eines Einperiodenpapiers in Zeitpunkt $t+T$] zur Verringerung des Konsumrisikos in Zeitpunkt $t+T+1$, während die langfristige Strategie [Sicherung des im Zeitpunkt t feststehenden "forward Ertrages" der Periode $t+T+1$ $[(1 + {}_tF_{T+1}) = P(t, T)/P(t, T+1)]$ durch Kauf eines Papiers mit dem Kurs $P(t, T+1)$ und Verkauf eines Papiers mit dem Kurs $P(t, T)$], wegen ihres ex ante fixen Ertrages risikoneutral ist. Die Wirtschaftssubjekte werden also bei einer positiven Kovarianz die kurzfristige Strategie vorziehen, so daß die langfristige im Marktgleichgewicht

einen um eine Risikoprämie erhöhten Ertrag abwerfen muß. Es stellt sich damit die Frage, welches Vorzeichen die Kovarianz besitzt. Susan Woodward analysiert dieses Problem mit einem Zweiperiodenmodell $[T=1]$, das an folgendem Zeitstrahl dargestellt werden kann.¹⁾



Wie bei der Analyse der holding Prämie erwarten die Wirtschaftssubjekte, daß ihr Konsum in Zeitpunkt $t+1$ um einen bestimmten Erwartungswert schwankt. Realisiert er sich über seinem Erwartungswert $[c_{t+1} \uparrow]$, versuchen die Wirtschaftssubjekte durch vermehrtes Sparen und Investieren einen Teil ihres Konsumes in Periode $t+2$ zu transferieren, was wiederum - unter Annahme abnehmender Grenzerträge der Produktion - zu einem unerwartet niedrigen Realzins $[R_{t+2} \downarrow]$ in der Periode $t+2$ führt. Wegen des durch die höheren Investitionen bewirkten höheren Produktionsertrages in Zeitpunkt $t+2$, ist auch die Konsummenge in Zeitpunkt $t+2$ größer als in Zeitpunkt t erwartet wurde $[c_{t+2} \uparrow]$.

Der Grenznutzen in Zeitpunkt $t+2$ wird deshalb kleiner sein als erwartet $[u_c(t+2) \downarrow]$, so daß die Kovarianz zwischen Grenznutzen und Ertrag des Einperiodenpapiers in Zeitpunkt

1) Notation siehe Teil 2.3.2

$t+2$ positiv ist. Wegen der Symmetrie der Argumentation ergibt sich für den Fall $c_{t+1} \downarrow$ das gleiche Vorzeichen der Kovarianz.

Unter den in diesem Szenario gemachten Annahmen, ist sowohl die holding Prämie, als auch die forward Prämie positiv. Langfristige festverzinsliche Wertpapiere besitzen bei beiden Anlagestrategien im Vergleich zu einperiodigen Papieren unterlegene Risikoqualitäten und können demzufolge nur bei Gewährung eines höheren Ertrages als einperiodige Papiere am Markt abgesetzt werden.

Wie in Teil 2.3.2 gezeigt ist es möglich daß die holding Prämie bei starker positiver Autokorrelation des Konsumprozesses negativ ist. Das gleiche gilt für die forward Prämie: Bei starker positiver Autokorrelation des Konsumes haben die Wirtschaftssubjekte im Falle einer überdurchschnittlich hohen Realisation des Konsumes in Zeitpunkt $t+1$ ($c_{t+1} \uparrow$) einen geringeren Anreiz zu sparen, da sie in Zeitpunkt $t+1$ wissen, daß der Konsum in $t+2$ wegen der starken positiven Autokorrelation auf einem noch höheren Niveau liegen wird ($c_{t+2} \uparrow$). Der Einperiodenzins in Periode $t+2$ kann also wegen der geringeren Sparbereitschaft steigen ($R_{t+2} \uparrow$), so daß niedriger Grenznutzen ($u_{t+2} \downarrow$) und hoher Einperiodenzins zusammenfallen, und die Kovarianz in Gleichung (8.8) negativ ist mit dem Resultat einer negativen forward Prämie.

Ein unterschiedliches Vorzeichen von holding Prämie und forward Prämie kann resultieren wenn man starke negative Autokorrelation des Konsumes unterstellt, so daß bei einer überdurchschnittlich hohen Realisation des Konsumes in Zeitpunkt $t+1$ ($c_{t+1} \uparrow$) die Wirtschaftssubjekte einen höheren Anreiz zum Sparen haben, weil sie wissen, daß der Konsum in Zeitpunkt $t+2$ auf einem überdurchschnittlich niedrigen Niveau liegt. Ein niedriger Einperiodenzins ($R_{t+2} \downarrow$) und eine hohe Grenznutzenrate ($u_{t+2} \uparrow$) fallen also in Zeitpunkt $t+2$ zusammen, so daß die Kovarianz in Gleichung (8.8) negativ ist. Gleichzeitig kann die Kovarianz zwischen dem holding Ertrag ($h_{t+1,T}$) und dem Grenznutzen in Zeitpunkt $t+1$ wegen des gesunkenen Einperiodenzinses ($R_{t+2} \downarrow$) negativ sein, so daß die holding Prämie positiv ist. Wie sich dieses Szenario auf die Nachfrage nach langfristigen Papieren auswirken kann, läßt sich mit dem hier verwendeten partialanalytischen Modell nicht beurteilen.

(8 c) Analyse der roll-over Prämie

Die roll-over Prämie ist definiert als

$$(8.10) \quad X(t, T) = 1/P(t, T) - E_t[(1+R_{t+1})(1+R_{t+2}) \dots (1+R_{t+T})]$$

Sie setzt sich aus der Differenz des ex ante sicheren Ertrages eines langfristigen Papierses und des ex ante unsicheren Gesamtertrages einer Serie von kurzfristigen Papieren zusammen. Die intertemporalen Gleichgewichtsbedingungen lauten:

$$(8.11) \quad E_t \left[\frac{1}{P(t, T)} \frac{u_c(t+T)}{u_c(t)} \right] = 1$$

$$\frac{1}{P(t, T)} = E_t \left[\frac{u_c(t+T)}{u_c(t)} \right]^{-1} = \frac{u_c(t)}{E_t(u_c(t+T))}$$

$$(8.12) \quad E_t[(1+R_{t+1})(1+R_{t+2}) \dots (1+R_{t+T}) \frac{u_c(t+T)}{u_c(t)}] = 1$$

$$\stackrel{!}{\Leftrightarrow} E_t \left[x \frac{u_c(t+T)}{u_c(t)} \right] = 1$$

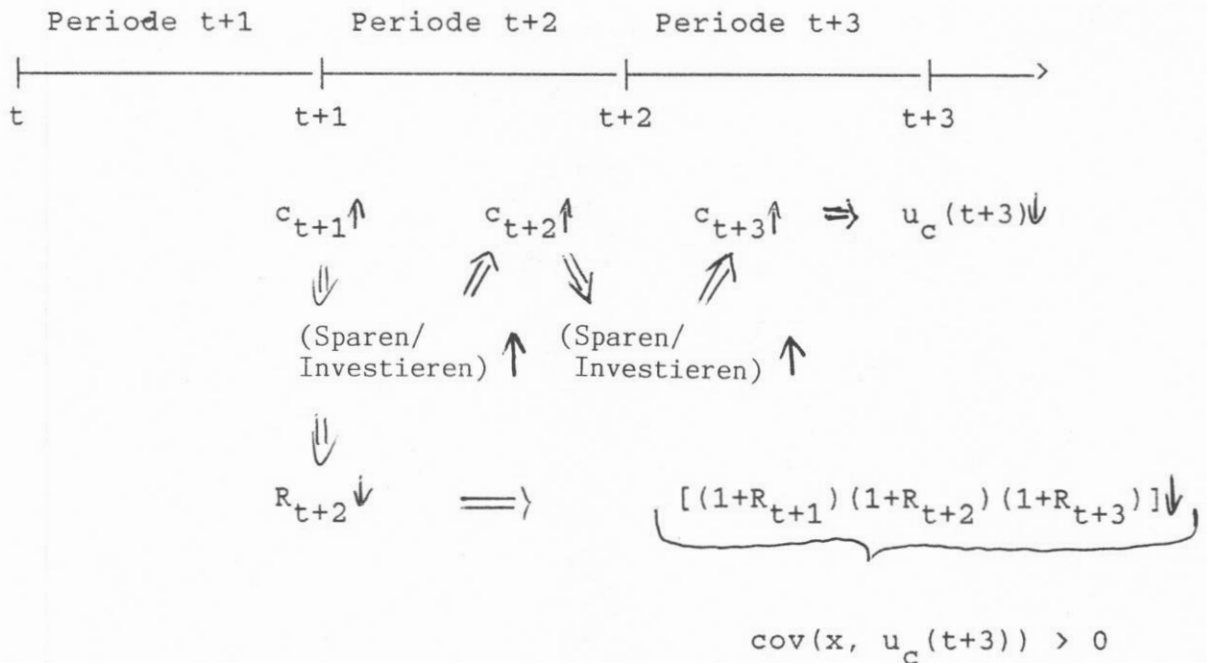
$$\Leftrightarrow E[x] = [1 - \text{cov}(x, \frac{u_c(t+T)}{u_c(t)})] \cdot \frac{u_c(t)}{E_t(u_c(t+T))}$$

(8.11) und (8.12) in (8.10) ergibt:

$$(8.13) \quad X(t, T) = \frac{1}{E_t(u_c(t+T))} \text{cov}(x, u_c(t+T))$$

Nach (8.13) ist die roll-over Prämie dann positiv, wenn die unsichere Serienstrategie einen Gesamtertrag $[x]$ abwirft, der positiv mit dem Grenznutzen im Zeitpunkt der Fälligkeit des langfristigen Papierses korreliert ist $[u_c(t+T)]$, und infolge-

dessen risikomindernd ist, während der Ertrag des langfristigen Papierses risikoneutral ist. Das mögliche Vorzeichen der Kovarianz kann an folgendem Dreiperiodenmodell ($T=2$) diskutiert werden:



In diesem Szenario führt eine unerwartete positive Abweichung des Konsumes von seinem erwarteten Wert in Zeitpunkt $t+1$ dazu, daß ein Teil dieses Konsumes durch Sparen und Investieren in zukünftige Perioden verlagert wird, so daß auch der Konsum in Zeitpunkt $t+3$ noch über seinem erwarteten Wert liegt [$c_{t+3} \uparrow$] und der Grenznutzen infolgedessen unter seinem erwarteten Wert [$u_c(t+3) \downarrow$]. Da das höhere Sparen und Investieren - abnehmende Grenzerträge der Produktion vorausgesetzt - zu einem niedrigeren Einperiodenzins in $t+2$ und $t+3$ führt, ist auch der Gesamtertrag der Serienstrategie unter seinem erwarteten Wert [$(1+R_{t+1})(1+R_{t+2})(1+R_{t+3}) \downarrow$], mit der Folge, daß die Kovarianz in Gleichung (8.13) positiv ist.

Gegenszenarien mit negativer Kovarianz (und demzufolge negativer roll-over Prämie) lassen sich in diesem Fall durch die Annahme extrem negativer Autokorrelation des Konsumprozesses [mit der Folge eines überdurchschnittlich hohen Grenz-

nutzens in Zeitpunkt $t+3$ [$u_c(t+3)\uparrow$] bei einem überdurchschnittlich niedrigen Gesamtertrag der Serienstrategie [$((1+R_{t+1})(1+R_{t+2})(1+R_{t+3})\downarrow)$] oder durch Annahme extrem positiver Autokorrelation des Konsumprozesses [mit der Folge eines überdurchschnittlich hohen Gesamtertrages der Serienstrategie [$((1+R_{t+1})(1+R_{t+2})(1+R_{t+3})\uparrow)$] bei einem überdurchschnittlich niedrigen Grenznutzen in Zeitpunkt $t+3$ [$u_c(t+3)\downarrow$]] konstruieren.

Die Vorzeichen von roll-over Prämie¹⁾ und forward Prämie werden also vom Konsumprozeß unter den gemachten Annahmen stets in gleicher Weise beeinflußt. Die Ergebnisse können in der folgenden Tabelle zusammengefaßt werden:

Konsumprozeß : Prämientyp:	nicht korreliert	stark positiv korreliert	stark negativ korreliert
holding	$\phi > 0$	$\phi < 0$	$\phi > 0$
forward	$\psi > 0$	$\psi < 0$	$\psi < 0$
roll-over	$X > 0$	$X < 0$	$X < 0$

1) Das Ergebnis der CCAP-Analyse der roll-over Prämie läßt sich ohne weiteres auf die durchschnittliche roll-over Prämie übertragen, da diese lediglich ein geometrisches Mittel der roll-over Prämie ist [vgl. Anhang (2), Gleichung (2.3)].

Anhang (9): Erläuterungen zu den Teststatistiken Fama (27)

(9 a) Zerlegung der forward Zinsrate

Die forward Zinsrate ist definiert als [vgl. Anhang (2), Gleichung (2.4)]

$$(9.1) \quad P(t,T)/P(t,T+1) = (1 + {}_t F_T)$$

In logarithmischer Schreibweise [$f(t,T) = \lg(1 + {}_t F_T)$] kann die forward Zinsrate nach Fama (31), S. 428 - 431, wie folgt zerlegt werden:

$$(9.2) \quad f(t,T) = E_t(p(t,T)) + E_t(p(t+2,T-1)) - E_t(p(t+1,T-1)) + \dots + E_t(p(t+T-1,2)) - E_t(p(t+T-2,2)) + E_t(r(t+T))$$

$$\text{mit: } E_t(p(t,T)) = \lg(\Phi(t,T)); E_t(r(t+T)) = E_t(1+R_{T+1})$$

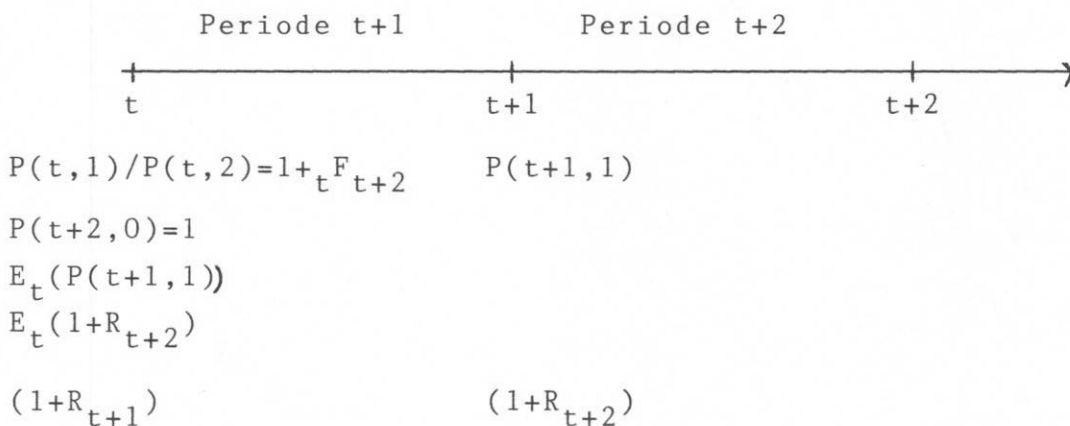
Nach dieser Zerlegung enthält die implizite, zukünftige Zinsrate den zum Zeitpunkt t erwarteten Einperiodenzinssatz der Periode T ($E_t(r(t+T))$), die zum Zeitpunkt t erwartete holding Prämie der Periode $t+1$ ($E_t(p(t,T))$) sowie die erwarteten Änderungen der holding Prämie der nachfolgenden Perioden. Fama argumentiert, daß durch Subtraktion des in Periode $t+1$ herrschenden Zinssatzes vom implizierten Zinssatz ($f(t,T) - r(t+1)$) der erwartete Wert der Prämie, $p(t,T)$, geschätzt werden kann, weil die Veränderung der kurzfristigen Zinsrate zwischen Periode $t+1$ und $t+T$ ($E_t(r(t+T)) - r(t+1)$) sowie die der nachfolgenden holding Prämie sich bei der Durchschnittsbildung zu Null saldieren. Folgt man dieser Argumentation, so entspricht die auf diese Weise geschätzte Risikoprämie [$\Psi^*(t,T)$] approximativ der wahren erwarteten, durchschnittlichen holding Prämie:

$$(9.3) \quad \lg\Phi(T) \approx \Psi^*(T)$$

(9b) Sie Auswirkung systematischer Prognosefehler auf die
Schätzungen der Risikoprämien

Anhand eines Zweiperiodenmodells kann gezeigt werden, daß eine systematische Überschätzung des zukünftigen Zinsniveaus durch die Wirtschaftssubjekte bei den von Fama verwendeten Schätzstatistiken, $\Phi(T)$ und $\Psi^*(T)$ zu positiven Schätzwerten führt, obwohl die EHZ gilt.

Das Zweiperiodenmodell und die Realisation der einzelnen Werte kann an folgendem Zeitstrahl dargestellt werden:



Die Realisation eines Wertes zu einem bestimmten Zeitpunkt ist durch die Darstellung des Wertes "unter" dem jeweiligen Zeitpunkt ausgedrückt.

Überschätzen die Wirtschaftssubjekte systematisch das zukünftige Zinsniveau, so gilt für alle t:

$$(9.4) \quad E_t^0(1+R_{t+2}) > (1+R_{t+2}) \quad \text{mit } E^0 \equiv \text{nicht rationaler Erwartungs-} \\ \text{operator der Wirtschafts-} \\ \text{subjekte}$$

Bei Geltung dieser Ungleichung kann gezeigt werden, daß die EHZ gilt (die Wirtschaftssubjekte also keine Risikoprämien erwarten), die von Fama verwendeten Schätzstatistiken, $\Phi(T)$ und $\Psi^*(T)$, aber positive Schätzwerte anzeigen:

i) Gültigkeit der EHZ bei positivem Schätzwert für $\Phi(t,T)$

Bei Gültigkeit der EHZ gilt:

$$(9.5) \quad (1+R_{t+1}) = \frac{E_t^o(P(t+1,1))}{P(t,2)} = \frac{E_t^o\left(\frac{P(t+2,0)}{(1+R_{t+2})}\right)}{P(t,2)}$$

Nach (9.4) gilt dann die Ungleichung:

$$(9.6) \quad (1+R_{t+1}) = \frac{E_t^o\left(\frac{P(t+2,0)}{(1+R_{t+2})}\right)}{P(t,2)} < \frac{\frac{P(t+2,0)}{(1+R_{t+2})}}{P(t,2)} = \frac{P(t+1,1)}{P(t,2)},$$

so daß der von Fama verwendete Schätzer positiv ist:

$$(9.7) \quad \Phi(t,T) = \frac{P(t+1,1)}{P(t,2)} - (1 + R_{t+1}) > 0$$

ii) Gültigkeit der EHZ bei positivem Schätzwert für $\Psi^*(t,T)$

Bei Gültigkeit der EHZ gilt:

$$(9.8) \quad E_t^o(1 + R_{t+2}) = \frac{P(t,1)}{P(t,2)}$$

Nach Gleichung (9.4) gilt dann die Ungleichung:

$$(9.9) \quad \frac{P(t,1)}{P(t,2)} > (1 + R_{t+2}),$$

so daß der von Fama verwendete Schätzer positiv ist, wenn, wie Fama annimmt, $(1 + R_{t+2})$ im Durchschnitt gleich $(1 + R_{t+1})$ ist:

$$(9.10) \quad \Psi^*(t, T) = \frac{P(t, A)}{P(t, L)} - (1 + R_{t+1}) > 0$$

iii) Problem der Inkonsistenz der Gleichungen (9.6) und (9.8)

Es tritt hier wieder das in Anhang (2) diskutierte Problem der Inkonsistenz der EHZ auf: Die Gleichungen (9.5) und (9.8) können nicht simultan gelten. Für den hier gezeigten Zusammenhang ist diese Problematik jedoch nicht relevant, da nur gezeigt werden sollte, daß systematische Prognosefehler der Wirtschaftssubjekte, die von Fama verwendeten Schätzstatistiken in gleicher Weise beeinflussen, so daß ein Vergleich der Schätzwerte nicht zur Identifikation von Prognosefehlern führt. Dieses Ergebnis ändert sich nicht, wenn eine der Gleichungen (9.5), (9.8) "in Wahrheit" eine Ungleichung ist.

Anhang (10): Multivariate Vergleichsverfahren

(10 a) Der Bonferroni t-Test

Die t-Statistik ist definiert als:

$$(10.1) \quad \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\sigma} \cdot N^{1/2}$$

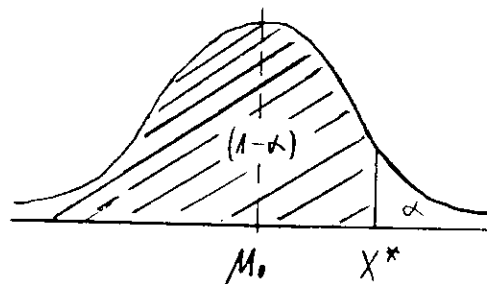
mit $\bar{x}$ = geschätzter Stichprobenmittelwert

μ_0 = hypothetischer wahrer Mittelwert

σ^2 = geschätzte Stichprobenvarianz

N = Stichprobenumfang

Das $(1 - \alpha)$ -Fraktil der t-Verteilung gibt den Bereich an, in dem der Stichprobenmittelwert mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1 - \alpha)$ liegt:



$$\Phi(x^*) = (1 - \alpha) \Leftrightarrow x^* = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$$

Die Bonferroni-Ungleichung besagt: Wenn m univariate t-Statistiken der Nullhypothese $H_0: \mu_i = \mu_i^0$ "wahrer Mittelwert" für $i = 1, 2, \dots, m$ getestet werden und die Nullhypothese richtig ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine oder mehrere der m univariaten t-Statistiken größer als das α -Fraktil der t-Verteilung mit $(N-1)$ -Freiheitsgraden ist kleiner/gleich $m \cdot \alpha$.¹⁾

1) Die Bonferroni-Ungleichung folgt aus dem Satz der Wahrscheinlichkeitsrechnung: $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$ mit $P(A)$ = Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A

Daraus lassen sich die Fraktile des Bonferroni Tests berechnen. Beispiel: $\Phi^{-1}(1 - 0,005) = 2,58$. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine von 10 t-Statistiken größer als 2,58 ist, ist kleiner/gleich $10 \cdot 0,005$. 2,58 ist demnach das $(1-\delta)$ Fraktil eines Bonferroni Tests mit dem Signifikanzniveau $\delta = 0,05$. Nach dieser Methode kann die folgende Tabelle für $N \rightarrow \infty$ abgeleitet werden.

Upper fractiles of the t distribution for Bonferroni comparisons of p means in large (∞) samples.^a

	t statistic value				
	1.65	1.96	2.33	2.58	3.29
	Probability level				
$p = 1$	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
$p = 5$	0.75	0.875	0.95	0.975	0.9975
$p = 10$	0.50	0.75	0.90	0.95	0.995
$p = 11$	0.45	0.725	0.89	0.945	0.9945

(10 b) Der Hotelling T^2 -Test¹⁾

Die Nullhypothese beim Hotelling T^2 -Test lautet

$$(10.2) \quad a' \mu = a' \mu_0$$

(1xm) (mx1)

wobei a ein beliebig gewählter $(m \times 1)$ -Spaltenvektor ist. Die entsprechende univariate t-Statistik lautet dann:

$$(10.3) \quad t(a) = \frac{a'(\mu - \mu_0)}{a'Sa} \quad N^{1/2} \quad \text{mit } S = \text{Varianz-Kovarianz-Matrix der Stichprobenmittelwerte}$$

Wie man erkennt, ist die Größe der Teststatistik von dem gewählten Zeilenvektor a abhängig. Die H_0 wird nur dann nicht verworfen, wenn $a'\mu = a'\mu_0$ für alle möglichen a -Vektoren gilt. Dies ist gleichbedeutend damit, daß H_0 für den Vektor a gelten muß, der die

1) Diese Darstellung stützt sich auf Morrison (28)

größte t-Statistik produziert. Man erhält diese maximale t-Statistik durch Maximierung von (10.3) nach a unter der Nebenbedingung a'S a = 1 [statt 1 kann eine beliebige andere reelle Zahl zur Normierung verwendet werden] Ergebnis dieser Maximierung ist die Hotelling T^2 -Statistik:

$$(10.4) \quad T^2 = N(\hat{\bar{x}} - \mu_0)' S^{-1} (\hat{\bar{x}} - \mu_0) \\ (1 \times 1)$$

Bei Gültigkeit der Nullhypothese ist die Hotelling T^2 -Statistik F-verteilt mit

$$(10.5) \quad F = ((N - m)/m(N - 1)) T^2$$

und m und N-m Freiheitsgraden.

(10 c) Vergleich der beiden Testmethoden

Nach Fama spielt die Anzahl der "relevanten Tests" von Mittelwerten bei der Berechnung der T^2 -Statistik keine Rolle, während bei einem Bonferroni t-Test die Anzahl der "relevanten Tests" gleich der Anzahl der Mittelwerte ist (Vergleiche S. 536). Er folgert daraus, daß die beiden Testverfahren zu verschiedenen Ergebnissen führen können (Vergleiche Fußnote 4, S. 383). Dieses Argument ist nicht ganz verständlich.

Zwar spielt bei der Berechnung der T^2 -Statistik die Anzahl der Mittelwerte keine Rolle. Bei der Berechnung des für die Falsifikation der Nullhypothese entscheidenden F-Fraktils wird die Anzahl der Mittelwerte aber berücksichtigt (Vergleiche Anhang (10 b), Gleichung 10.5). Dabei gilt wie beim Bonferroni t-Test: Je größer die Anzahl der getesteten Mittelwerte (n), desto größer "darf" der T^2 -Wert sein, ohne daß die Nullhypothese verworfen wird.

Anhang (11): Testergebnisse Fama (27)

(11 a) Das Datenmaterial

Fama verwendet zwei verschiedene Datensets. Das erste umfaßt die Monatserträge von US-Schatzwechseln mit einer Laufzeit von zwei bis zwölf Monaten über einen Stichprobenzeitraum von August 1964 bis Dezember 1982; das zweite umfaßt die Monatserträge von zehn Portfolios von US-Staatsanleihen, die ein Laufzeitspektrum von sechs bis 240 Monaten abdecken, über einen Stichprobenzeitraum von 1953 bis 1982. Da die US-Staatsanleihen auf unregelmäßiger Basis emittiert werden, ist es notwendig, sie in Portfolios mit einer Laufzeitspanne von bis zu fünf Jahren zu gruppieren, um für jedes Portfolio eine kontinuierliche Zeitreihe zu erhalten.

(11.b) Die Testergebnisse

Tabelle 1

a) Schätzwerte der durchschnittlichen holding-Prämien von US-Schatzwechseln von 08.1984 bis 12.1982 und Subperioden.¹⁾

Average premiums, *t* statistics and T^2 tests for bills with up to twelve months to maturity. ²⁾

	<i>N</i> = 211 ^a 8/64-12/82	<i>N</i> = 101 8/64-12/72	<i>N</i> = 110 ^a 1/73-12/82	<i>N</i> = 56 ^a 1/73-12/77	<i>N</i> = 54 ^a 1/78-12/82
<i>Average premiums</i>					
P2	0.032	0.028	0.035	0.016	0.056
P3	0.057	0.045	0.067	0.042	0.094
P4	0.063	0.046	0.078	0.056	0.101
P5	0.074	0.061	0.086	0.065	0.108 ^b
P6	0.073	0.066	0.079	0.062	0.097
P7	0.069	0.071	0.067	0.060	0.074
P8	0.088	0.084	0.091	0.083 ^b	0.100
P9	0.089 ^b	0.086	0.092 ^b	0.082	0.102
P10	0.057	0.025	0.086	0.077	0.096
P11	0.064	0.066	0.063	0.066	0.059
P12	0.074	0.103 ^b	0.047	0.040	0.054

b) *t*-Werte²⁾

P2	6.40	6.97	4.03	2.70	3.38
P3	6.40	7.17	4.21	3.42	3.15
P4	4.70	5.18	3.23	2.78	2.26
P5	4.14	5.12	2.64	2.43	1.78
P6	3.34	4.35	2.01	1.92	1.32
P7	2.75	3.68	1.50	1.58	0.90
P8	3.04	3.86	1.76	1.95	1.04
P9	2.59	3.27	1.49	1.69	0.88
P10	1.49	0.83	1.26	1.41	0.75
P11	1.54	2.09	0.83	1.10	0.42
P12	1.61	2.87	0.57	0.59	0.36

c) Hotelling T^2 -Tests

T^2	80.23	152.59	69.33	49.64	56.37
<i>F</i>	6.95	12.48	5.72	3.69	4.18
<i>P</i> -level	1.00	1.00	1.00	0.9994	0.9998

- 1) Die Werte sind in Prozent auf Monatsbasis ausgedrückt. P2 entspricht beispielsweise der durchschnittlichen holding-Prämie eines Schatzwechsels mit zwei Monaten Laufzeit.
- 2) Das 0,945-Fraktile eines Bonferroni *t*-Tests für elf Mittelwerte entspricht 2,58

Tabelle 2

a) Schätzwerte der durchschnittlichen holding-Prämien von US-Staatsanleihen von 1953 bis 1982.¹⁾

Portfolio number	Maturity range (months)	N = 360 1953-82	N = 60 1953-57	N = 60 1958-62	N = 60 1963-67	N = 60 1968-72	N = 60 1973-77	N = 60 1978-82
<i>Average premiums</i>								
P1	M < 6	0.036	0.017	0.045	0.002 ^a	0.040	0.051	0.063 ^a
P2	6 ≤ M < 12	0.042	0.032	0.082	-0.008	0.062	0.049	0.034
P3	12 ≤ M < 18	0.048 ^a	0.039	0.095	-0.013	0.069	0.062 ^a	0.034
P4	18 ≤ M < 24	0.037	0.042	0.099	-0.036	0.072	0.040	0.002
P5	24 ≤ M < 30	0.026	0.066 ^a	0.086	-0.053	0.060	0.050	-0.053
P6	30 ≤ M < 36	0.034	0.050	0.117	-0.066	0.093 ^a	0.053	-0.044
P7	36 ≤ M < 48	0.012	0.046	0.120 ^a	-0.082	0.041	0.028	-0.080
P8	48 ≤ M < 60	-0.024	0.043	0.059	-0.133	0.030	-0.029	-0.112
P9	60 ≤ M < 120	-0.012	0.052	0.085	-0.118	0.083	0.017	-0.190
P10	M = 240	-0.128	0.015	0.001	-0.331	-0.032	-0.054	-0.068

b) t-Werte²⁾

P1	M < 6	3.86	1.52	3.42	0.18	2.34	2.62	1.38
P2	6 ≤ M < 12	1.97	1.73	3.23	-0.50	1.54	1.07	0.32
P3	12 ≤ M < 18	1.47	1.29	1.94	-0.46	1.09	0.85	0.22
P4	18 ≤ M < 24	0.88	0.96	1.60	-0.89	0.78	0.45	0.01
P5	24 ≤ M < 30	0.53	1.19	1.20	-1.10	0.56	0.49	+0.22
P6	30 ≤ M < 36	0.60	0.78	1.33	-1.25	0.74	0.46	-0.16
P7	36 ≤ M < 48	0.18	0.65	1.14	-1.20	0.28	0.22	-0.26
P8	48 ≤ M < 60	-0.32	0.45	0.46	-1.61	0.18	-0.20	-0.32
P9	60 ≤ M < 120	-0.13	0.43	0.62	-1.11	0.39	0.10	-0.46
P10	M = 240	-0.99	0.08	0.01	-1.84	-0.09	-0.20	-0.66

c) Hotelling T²-Tests

T ²	36.80	8.96	22.45	14.79	13.99	17.50	13.03
F	3.59	0.76	1.90	1.25	1.19	1.48	1.10
P-level	0.9998	0.33	0.94	0.72	0.68	0.83	0.626

Tabelle 3

a) Vergleich der Schätzwerte der durchschnittlichen holding Prämien mit den $\Psi^*(T)$ -Prämien der Schatzwechsel.

Comparisons of average premiums (P_r) and average differences between contemporaneous forward and spot rates ($F_r - R$).

Maturity τ	8/64-12/82		8/64-12/72		1/73-12/82		1/73-12/77		1/78-12/82	
	P_r	$F_r - R$	P_r	$F_r - R$	P_r	$F_r - R$	P_r	$F_r - R$	P_r	$F_r - R$
<i>Average values</i>										
P2	0.032	0.033	0.028	0.029	0.035	0.036	0.016	0.019	0.056	0.054
P3	0.057	0.058	0.045	0.048	0.067	0.068	0.042	0.050	0.094	0.087
P4	0.063	0.066	0.046	0.050	0.078	0.081	0.056	0.067	0.101	0.096
P5	0.074	0.081	0.061	0.067	0.086	0.094	0.065	0.076	0.108 ^a	0.112 ^a
P6	0.073	0.082	0.066	0.073	0.079	0.090	0.062	0.074	0.097	0.106
P7	0.069	0.081	0.071	0.079	0.067	0.082	0.060	0.074	0.074	0.090
P8	0.088	0.100	0.084	0.095	0.091	0.104	0.083 ^a	0.098	0.100	0.110
P9	0.089 ^a	0.101 ^a	0.086	0.097	0.092 ^a	0.105 ^a	0.082	0.099 ^a	0.102	0.110
P10	0.057	0.073	0.025	0.038	0.086	0.105 ^a	0.077	0.099 ^a	0.096	0.112 ^a
P11	0.064	0.082	0.066	0.080	0.063	0.084	0.066	0.091	0.059	0.077
P12	0.074	0.097	0.103 ^a	0.118 ^a	0.047	0.078	0.040	0.085	0.054	0.070

b) t-Werte

P2	6.40	8.60	6.97	6.66	4.03	5.93	2.70	5.66	3.38	4.69
P3	6.40	13.77	7.17	12.34	4.21	9.46	3.42	9.45	3.15	6.59
P4	4.70	14.50	5.18	12.23	3.23	10.63	2.78	15.00	2.26	6.56
P5	4.14	14.40	5.12	10.72	2.64	10.44	2.43	9.14	1.78	7.06
P6	3.34	14.29	4.35	11.42	2.01	9.72	1.92	8.81	1.32	6.44
P7	2.75	12.44	3.68	12.07	1.50	7.51	1.58	9.48	0.90	4.33
P8	3.04	17.92	3.86	15.22	1.76	11.55	1.95	10.43	1.04	7.06
P9	2.59	16.41	3.27	14.58	1.49	10.35	1.69	11.27	0.88	5.95
P10	1.49	10.07	0.83	4.73	1.26	9.59	1.41	7.99	0.75	6.08
P11	1.54	12.92	2.09	10.88	0.83	8.26	1.10	7.95	0.42	4.52
P12	1.61	12.63	2.87	12.86	0.57	6.57	0.59	5.49	0.36	3.88

1) P2, 64M<12 entspricht beispielsweise der durchschnittlichen holding-Prämies eines Portfolios von Schatzwechseln mit Laufzeiten von sechs bis zwölf Monaten.

2) Das 0,95-Fraktile eines Bonferroni t-Tests für zehn Mittelwerte ist 2,58.

Tabelle 5

Standartabweichungen der geschätzten holding Prämien

8/64-12/82		
Bill (1)	Anteil der Standart- abweichung am Mittelwert (2)	Std. dev. bills (2)
P2	218%	0.07
P3	228%	0.13
P4	300%	0.19
P5	354%	0.26
P6	438%	0.32
P7	524%	0.36
P8	477%	0.42
P9	564%	0.50
P10	380%	0.56
P11	350%	0.61
P12	805%	0.67
1953-82		
Bond portfolio number (3)	Maturity range (months) (4)	Std. dev. bonds (5)
<i>Premiums</i>		
1	$M < 6$	500% 0.18
2	$6 \leq M < 12$	350% 0.40
3	$12 \leq M < 18$	1294% 0.62
4	$18 \leq M < 24$	2135% 0.79
5	$24 \leq M < 30$	3576% 0.93
6	$30 \leq M < 36$	3176% 1.08
7	$36 \leq M < 48$	10250% 1.23
8	$48 \leq M < 60$	5316% 1.42
9	$60 \leq M < 120$	14166% 1.70
10	$M = 240$	1926% 2.47

Anhang (12): Herleitung der Testimplikation Mankiw - Summers

Bei Gültigkeit der REHZ gilt nach Gleichung (2.3), Anhang (2), die folgende Beziehung zwischen der Rendite eines festverzinslichen Wertpapiers mit zwei Perioden Laufzeit und den Renditen festverzinslicher Wertpapiere mit jeweils einer Periode Laufzeit:

$$(12.1) \quad (1/P(t,2))^{-0,5} = [(1/P(t,1) E_t(1/P(t+1,1)))]^{0,5}$$

$$\Leftrightarrow (1 + R(t,2)) = [(1 + R(t,1)) E_t(1 + R(t+1,1))]^{0,5}$$

bzw. in Logarithmen:

$$r(t,2) = 0,5 r(t,1) + 0,5 E_t(r(t+1,1))$$

Läßt man die Existenz einer konstanten Risikoprämie, θ , zu, kann für (12.1) geschrieben werden:

$$(12.2) \quad r(t,2) = \theta + 0,5 r(t,1) + 0,5 E_t(r(t+1,1))$$

$$\Leftrightarrow r(t,2) = \theta + \lambda r(t,1) + (1-\lambda) E_t(r(t+1,1))$$

Die REHZ gilt also, wenn $\lambda = 0,5$ ist. Für $\lambda > 0,5$ wird die aktuelle Einperiodenrate, $r(t,1)$, überbewertet und der rationale Erwartungswert der zukünftigen Einperiodenrate, $E_t(r(t+1,1))$, unterbewertet. Um aus Gleichung (12.1) die empirisch testbare Implikation abzuleiten, wird der rationale Erwartungswert in Realisation und Prognosefehler zerlegt:

$$(12.3) \quad r(t+1,1) = E_t(r(t+1,1)) + \varepsilon_{t+1}$$

Substituiert man (12.2) für $\lambda = 0,5$ in (12.3) folgt:

$$(12.4) \quad r(t+1,1) = 2 r(t,2) - 2 \theta - r(t,1) + \varepsilon_{t+1}$$

$$\Leftrightarrow r(t+1,1) - r(t,2) = -2 \theta + r(t,2) - r(t,1) + \varepsilon_{t+1}$$

$$\Leftrightarrow r(t+1,1) - r(t,2) = \frac{-\theta}{(1-\lambda)} + \frac{\lambda}{(1-\lambda)} (r(t,2) - r(t,1)) + \varepsilon_{t+1}$$

für $\lambda = 0,5$

Gleichung 12.4 postuliert, daß ein positiver Spread $(r(t,2) - r(t,1))$ den Anstieg des zukünftigen Einperiodenzinses $[r(t+1,1)]$ prognostiziert. Bei Gültigkeit der REHZ ist $\text{cov}((r(t,2) - r(t,1)), \varepsilon_{t+1}) = 0$ (vgl. Anhang (3)), so daß die gewöhnliche KQ-Schätzung durchgeführt werden kann.

Anhang(13): Testergebnisse Mankiw-Summers(47)(13a) Beschreibung der Daten ¹⁾

- $r(t+1,1)$: Rendite eines Schatzwechsels mit drei Monaten Laufzeit im Zeitpunkt $t+1$.
 $r(t,2)$: Rendite eines Schatzwechsels mit sechs Monaten Laufzeit im Zeitpunkt t .
 $r(t,1)$: Rendite eines Schatzwechsels mit drei Monaten Laufzeit im Zeitpunkt t .

(13b) Die Testergebnisse

Table 2. Regressions Relating Six-Month and Three-Month Rates, Selected Periods, 1963:1 to 1983:4^a

Independent variable	Regression and estimation period			
	2-1 1963:1-1983:4	2-2 1963:1-1979:2	2-3 1979:3-1983:4	2-4 ^b 1963:1-1983:4
Constant	0.02 (0.19)	-0.04 (0.13)	-0.01 (0.68)	-0.02 (0.15)
$(r_t^{(6)} - r_t)$	-0.719 (0.556)	-0.407 (0.428)	-0.996 (1.536)	-0.470 (0.421)
Summary statistic				
Durbin-Watson	2.45	1.82	2.61	2.05
Standard error of estimate	1.39	0.69	2.82	0.80

Source: Equation 10, with data from the Board of Governors of the Federal Reserve System.

a. The dependent variable is $r_t^{(6)} - r_t$. The variable $r_t^{(6)}$ is the yield on six-month Treasury bills and r_t is the yield on three-month Treasury bills, both at the first week of each quarter. Variables are expressed as annual rates in percentage points. Standard errors are in parentheses.

b. Weighted least squares (see table 1, note b).

1) In dieser Notation besteht eine Periode aus drei Monaten.

Anhang (14): Beschreibung der zweiten Orthogonal-
bedingung, Dunn-Singleton (32)

Gleichung (24) kann nicht direkt zu einem Test verwendet werden, weil $u_d(t)$ Werte enthält, die unendlich weit in der Zukunft liegen [vgl. Gleichung (23): der Kauf eines Gebrauchsgutes stiftet in allen nachfolgenden Perioden Nutzen]. Deshalb leiten Dunn - Singleton die Orthogonalbeziehung (25) ab. Während $u_d(t)$ die Veränderung des erwarteten Nutzens aller zukünftigen Perioden bei einer marginalen Veränderung von d_t angibt, gibt $u_d^*U(t)$ nur die Veränderung des Nutzens bei einer marginalen Veränderung des in der Periode t konsumierten Servicestromes der Gebrauchsgüter an. Die marginale Änderung von d_t^* beeinflusst die Nutzengestiftung des Servicestromes der Gebrauchsgüter in der Zukunft nicht. $u_d^*(t)$ enthält deshalb nur Werte der Periode t .

Der Preis einer Einheit Servicestrom der Gebrauchsgüter [$p_d^*(t)$] ist:

$$(14.1) \quad p_d^*(t) = [1/\theta][p(t) - (1-\theta) \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)} p(t+1)]$$

(14.1) erklärt sich folgenderweise:

$[u_c(t+1)/u_c(t)] p(t+1)$ ist der Gegenwartswert in Zeitpunkt t eines Anspruchs auf eine Einheit d in Zeitpunkt $t+1$ [$u_c(t+1)/u_c(t) \equiv$ Diskontfaktor].

$(1-\theta)[\cdot] p(t+1)$ ist der Gegenwartswert in Zeitpunkt t eines Anspruchs auf $(1-\theta)d$ in Zeitpunkt $t+1$.

$p(t) - (1-\theta)[\cdot] p(t+1)$ entspricht dann dem Gegenwartswert der Kosten, die der Kauf einer Einheit d in Zeitpunkt t , Nutzung des θ -ten Teils in Periode t und anschließender Wiederverkauf von $(1-\theta)d$ in Zeitpunkt $t+1$ verursachen.

Eine Einheit d_t , die nur in Periode t genutzt wird, trägt θ zu dem in t konsumierten Servicestrom $d^*(t)$ bei. Um eine Einheit Servicestrom zu erhalten, müssen demnach $1/\theta$ Einheiten d in Periode t zur Verfügung stehen. Der Preis einer Einheit $d^*(t)$ ist deshalb:

$$[1/\theta][p(t) - (1-\theta)[\cdot] p(t+1)].$$

Anhang (15): Testergebnisse Dunn-Singleton

(15 a) Beschreibung der Anlagestrategien¹⁾

Bezeichnung in den Tabellen:

- TBILL1: Einmonatsertrag eines US-Schatzwechsels mit einem Monat Laufzeit.
- ROLL1: Dreimonatsertrag einer Serie von drei US-Schatzwechseln mit jeweils einem Monat Laufzeit.
- TBILL3: Dreimonatsertrag eines US-Schatzwechsels mit drei Monaten Laufzeit.
- TB6H3: Dreimonatsertrag eines US-Schatzwechsels mit drei Monaten Laufzeit.

¹⁾ Dunn-Singleton verwenden die mit dem Preisdeflator für Verbrauchsgüter und Dienstleistungen deflationierten Werte dieser Erträge.

(15 b) Testergebnisse und Modellspezifizierung mit
jeweils einem Aktivum

Estimates of the parameters characterizing preferences^a using individual returns for the sample period January 1959 through December 1978 and chi-square statistics for testing the five overidentifying restrictions implied by the model.^b

Returns ^c	β	γ	δ	$1 - \theta$	α	$\chi^2(5)$
TBILL1	1.0025 (0.0013)	-0.2194 (0.5557)	0.8963 (0.0415)	0.9908 (0.0094)	0.2669 (0.0465)	13.8303 (0.9833)
ROLL1	1.0038 (0.0029)	-0.8943 (1.1854)	0.9202 (0.1171)	0.9954 (0.0229)	0.5776 (0.2599)	7.3567 (0.8046)
TBILL3	1.0036 (0.0030)	-0.9139 (1.2120)	0.9228 (0.1552)	0.9961 (0.0188)	0.5460 (0.2241)	6.0536 (0.6990)
TB6H3	1.0028 (0.0023)	-0.6124 (0.9110)	0.9322 (0.1133)	0.9975 (0.0116)	0.5577 (0.2131)	6.3758 (0.7286)

^aThe preference parameters are the discount factor, β , the concavity parameter, γ , the allocation parameter, δ , the proportion of the stock of 'durable' goods consumed per month, θ , and the proportion of a unit of consumption of 'non-durables and services' provided by purchases in the previous month, α divided by $1 + \alpha$. Standard errors of the parameter estimates are given in parentheses.

^bThe five overidentifying restrictions come from estimating five parameters with ten orthogonality conditions. Probability values (1-significance levels) of the test statistics are given in parentheses.

^cTBILL1 is the one-month return on a one-month Treasury bill, ROLL1 is the three-month return from rolling over one-month Treasury bills, TBILL3 is the three-month return on a three-month Treasury bill, and TB6H3 is the three-month return on a six-month Treasury bill. The number of time series observations is 240.

Modellspezifizierung

1) Transformationstechnologie für Verbrauchsgüter:

$$m = 1; c_t^* = c_t + \alpha c_{t-1}$$

2) Vektor der Informationsvariablen:

$$Z'_{1t} = [1, (r_{t-n}^1 - 1), (\frac{c_t}{c_{t-1}} - 1), (\frac{d_t}{d_{t-1}} - 1), (\frac{p_{dt}}{p_{dt-1}} - 1)]$$

mit:

$(r_{t-n}^1 - 1)$: Verzögerter Realertragssatz des jeweiligen Aktivums

$(\frac{c_t}{c_{t-1}} - 1)$: Verzögerter Realwert der Wachstumsrate der Käufe von Verbrauchsgütern und Dienstleistungen

$(\frac{d_t}{d_{t-1}} - 1)$: Verzögerter Realwert der Wachstumsrate der Käufe von Gebrauchsgütern

$\left(\frac{p_t}{p_{t-1}} - 1\right)$: Änderungsrate der Preise dauerhafter Güter

- 3) $K = 1$, das heißt, das Modell wird jeweils nur für den Ertrag eines Aktivums geschätzt. Da die Orthogonalbedingung (42) keinen Ertrag enthält, stehen $2 \times 5 = 10$ Orthogonalbedingungen zur Verfügung. Das Modell hat damit die Dimension

$$\begin{aligned} E(Z_t \varepsilon_t (b_0)) &= 0 \\ (R \times (U+1)) &((K+1) \times 1) \\ (10 \times 2) &(2 \times 1) \end{aligned}$$

Fünf Orthogonalitätsbedingungen werden zum Schätzen der Parameter benötigt; fünf weitere stehen als Überidentifizierungsbedingungen zum Test der Nullhypothese zur Verfügung.

(15 c) Testergebnisse und Modellspezifizierung mit jeweils zwei Aktiva

Estimates of the parameters characterizing preferences^a using combinations of two returns for the period January 1959 through December 1978 and chi-square statistics for testing the overidentifying restrictions implied by the model.^b

Returns ^c	β	γ	δ	$1 - \theta$	α	χ^2	DF
TBILL3 & ROLL1	1.0080 (0.0055)	-2.4554 (2.4820)	0.8677 (0.0136)	0.9752 (0.0141)	0.1871 (0.0864)	67.0832 (1.0000)	6
TBILL3 & TB6H3	1.0059 (0.0038)	-1.6604 (1.6472)	0.9052 (0.1573)	0.9931 (0.0276)	0.3314 (0.0639)	28.6429 (0.9999)	6
TBILL3 & TB6H3	1.0054 (0.0036)	-1.5092 (1.5986)	0.9078 (0.2152)	0.9937 (0.0352)	0.3514 (0.0609)	29.1588 (0.9999)	7
TB6H3 & ROLL1	1.0074 (0.0050)	-2.2786 (2.1943)	0.8755 (0.0232)	0.9832 (0.0124)	0.2854 (0.0633)	41.0502 (1.0000)	6

^aThe preference parameters are the discount factor, β , the concavity parameter, γ , the allocation parameter, δ , the proportion of the stock of 'durable' goods consumed per month, θ , and the proportion of a unit of consumption of 'non-durables and services' provided by purchases in the previous month, α divided by $1 + \alpha$. Standard errors of the parameter estimates are given in parentheses.

^bEleven orthogonality conditions were used to estimate the five preference parameters for the first, second, and fourth pairs of returns. Twelve orthogonality conditions were used in estimation for the third pair of returns. Thus, with five unknown parameters, there are six and seven overidentifying restrictions corresponding to the runs with eleven and twelve orthogonality conditions, respectively (degrees of freedom are given in column eight). Probability values ($1 -$ significance levels) of the test statistics are given in parentheses.

^cROLL1 is the three-month return from rolling over one-month Treasury bills, TBILL3 is the three-month return on a three-month Treasury bill, and TB6H3 is the three-month return on a six-month Treasury bill. The number of time series observations is 240.

Modellspezifizierung

1) Transformationstechnologie wie (13 c)

2) Vektor der Instrumentenvariablen

$\bar{k}=1$
Für $r_{t,3}$ wird Z'_{1t} von (13 c) gewählt

$k=2$
Für $r_{t,3}$ wird $Z'_{2t} = (1, (r_{t-1,3})^2)$ gewählt wenn $DF = 7$

und $Z'_{2t} = (1)$ gewählt, wenn $DF = 6$

3) Ertragskombinationen:

TBILL3 & ROLL1 bedeutet zum Beispiel:

$k=1$
 $r_{t,3} \equiv \text{TBILL3}$

$k=2$
 $r_{t,3} \equiv \text{ROLL1}$

Zusammen mit Orthogonalbeziehung (42) stehen für $DF = 7$
 $2 \times 5 + 2 = 12$ und für $DF = 6$ $2 \times 5 + 1 = 11$ Orthogonal-
beziehungen zur Verfügung. Das Modell hat die Dimension:

$$E(Z_t u_t(b_0)) = 0$$
$$(12 \times 3) \quad (3 \times 1) \quad \text{für } DF = 7$$

$$\text{bzw. } (11 \times 3) \quad (3 \times 1) \quad \text{für } DF = 6$$

Fünf Orthogonalbedingungen werden zum Schätzen der Parameter benötigt, sieben bzw. sechs stehen zum Test der Nullhypothese zur Verfügung.

Anhang (16): Testverfahren Campbell (25)

(16 a) Beschreibung der simultanen Regressionen

- 1) Zur Schätzung der bedingten zweiten Momente modifiziert Campbell den in Teil 3.5.2 beschriebenen Ansatz. Er verwendet dabei ein Verfahren von Hasbrouck (50). Danach kann das Quadrat des Residuums der Regression des i-ten Überschussertrages auf die Informationsvariablen als Regressand bei der Schätzung der bedingten Varianz des i-ten Überschussertrages und das Produkt der entsprechenden Residuen des i-ten und j-ten Überschussertrages als Regressand bei der Schätzung der bedingten Kovarianz des i-ten und j-ten Überschussertrages verwendet werden.
- 2) Bei der simultanen Schätzung der Gleichungen (33) und (34) restringiert Campbell die Regressionskoeffizienten von Gleichung (34) auf $\gamma_{ij} = f_i \alpha_{ij}$ für alle $j = 2, 3, \dots, J$. Das Absolutglied γ_{i1} bleibt dabei unrestringiert. Im folgenden wird gezeigt, daß $\gamma_{i1} - f_i \alpha_{i1} = 0$ gilt, wenn bedingter Überschussertrag und bedingte Varianz proportional sind:

(16.1)

$$E(h_{i,t+1} - h_{o,t+1} | x_t) = \sum_{j=1}^J \alpha_{ij} x_{ij}$$

(16.2)

$$\begin{aligned} \text{var}(h_{i,t+1} - h_{o,t+1} | x_t) &= \sum_{j=1}^J \gamma_{ij} x_{ij} \\ &= \gamma_{i1} + \sum_{j=2}^J \gamma_{ij} x_{ij} \quad | \quad \gamma_{ij} = f_i \alpha_{ij} \\ &= \gamma_{i1} + \sum_{j=2}^J f_i \alpha_{ij} x_{ij} \end{aligned}$$

$$= y_{i1} + f_i \left[\left(\sum_{j=1}^J \alpha_{ij} x_{ij} \right) - \alpha_{i1} \right] \quad (16.1)$$

$$= y_{i1} - f_i \alpha_{i1} + f_i E(h_{i,t+1} - h_{i,t} \mid x_t)$$

- 3) Bei der simultanen Schätzung der Gleichungen (33) und (35) restringiert Campbell die Regressionskoeffizienten von Gleichung (35) auf $y_{ij} = f \alpha_{ij}$ für alle $j = 2, 3, \dots, J$ und $i = 1, 2, \dots, I$. Die Absolutglieder y_{i1} aller $i = 1, 2, \dots, I$ Aktiva bleiben dabei wieder unrestringiert. Substituiert man in Gleichung (16.2) die bedingte Varianz des i -ten Ertrages durch seine bedingte Kovarianz mit dem benchmark-Aktivum und f_i durch f , so zeigt sich, daß die Beziehung zwischen bedingtem Überschußertrag und bedingter Kovarianz mit dem benchmark-Aktivum bei allen i Aktiva proportional ist, wenn $y_{i1} - f \alpha_{i1} = 0$ gilt.

(16 b) Heteroskedastiekonsistente Signifikanztests der Regressionskoeffizienten

Zur Schätzung der bedingten Erwartungswerte der Überschüßerträge verwendet Campbell das lineare Regressionsmodell:

(16.3) $y = x \beta + a$ Der Vektor der Regressionskoeffizienten ist unbekannt
 $(T \times 1) \quad (T \times K) \quad (K \times 1) \quad (T \times 1)$ und kann mit dem OLS-Schätzer
 $\beta = (x'x)^{-1} x'y$ geschätzt werden.

Es soll überprüft werden, ob die wahren Werte der K Regressoren des $(K \times 1)$ -Vektors β Null sind. Die Hypothese lautet: $H_0: \beta = 0, H_1: \beta \neq 0$. Unter der Nullhypothese gilt unter den Annahmen des klassischen Regressionsmodells:

$$(16.4) \quad T \hat{\beta}' [(x'x)^{-1} x' \Omega x (x'x)^{-1}]^{-1} \hat{\beta} \sim \chi^2_K$$

$(K \times K) \quad (K \times K) \quad (T \times T) \quad (T \times K) \quad (K \times 1)$

so daß das Signifikanzniveau, zu dem die Nullhypothese verworfen werden kann, mit der χ^2 -Verteilung berechnet werden kann. Um Teststatistik (16.4) jedoch anwenden zu können, ist es notwendig, die Kovarianzmatrix der Regressionskoeffizienten $[(x'x)^{-1} x'\Omega x(x'x)^{-1}]$, d. h. Ω zu schätzen. Im klassischen Regressionsmodell ist $\Omega = \sigma^2 I$. Der Skalar σ^2 kann mit $\hat{\sigma}^2 = u'u(T - K)^{-1}$, wobei u der Vektor der geschätzten Regressionsresiduen ist, geschätzt werden. Damit wird Homoskedastie unterstellt, d. h. man geht davon aus, daß die Störterme in jedem Beobachtungszeitpunkt gleich sind. Sind die Varianzen der Störterme in den einzelnen Beobachtungszeitpunkten verschieden, liegt Heteroskedastie vor. In diesem Fall führt ein Test der Nullhypothese mit dem obigen Schätzer der Kovarianzmatrix zu einem verzerrten Testergebnis.

Da bei dem vorliegenden Regressionsmodell keine a priori Informationen über Homoskedastie der Störterme gegeben sind, verwendet Campbell zwei heteroskedastiekonsistente Schätzer der Kovarianzmatrix, den White- und den Jackknife-Schätzer, die sowohl bei Homoskedastie, als auch bei Heteroskedastie konsistente Schätzungen liefern.

1) Der White-Schätzer

Der heteroskedastiekonsistente White-Schätzer für Ω ist:

$$(16.5) \quad \Omega = \text{diag} (u_1^2, u_2^2, \dots, u_T^2)$$

Die u_i , $i = 1, 2, \dots, T$ Werte entsprechen den T Elementen des Vektors der Regressionsresiduen $u = y - x\hat{\beta}$. White schätzt also die Varianz des Residuums eines Beobachtungszeitpunktes aus dem Quadrat der Realisation des Residuums in diesem Zeitpunkt. Er kann zeigen, daß dieser Schätzer unter bestimmten Annahmen asymptotisch konsistent ist, d. h. bei einer unendlich großen Stichprobe gegen den wahren Wert der Ω -Matrix konvergiert [vgl. White (51), S. 820, Theorem 1]. Campbell postuliert diese Annahmen.

2) Der Jackknife-Schätzer

Zur Konstruktion des Jackknife-Schätzers der Kovarianzmatrix von β wird das Regressionsmodell (16.3) T mal geschätzt, wobei jedesmal die Werte eines Beobachtungszeitpunktes ausgelassen werden. Aus den so erhaltenen T verschiedenen β_t -Vektoren wird dann die Kovarianzmatrix von β_0 mit

$$(16.6) \quad (T-1)/T \sum_{t=1}^T [\hat{\beta}_t - T^{-1} \sum_{s=1}^T \hat{\beta}_s] [\hat{\beta}_t - T^{-1} \sum_{s=1}^T \hat{\beta}_s]',$$

(K K)

geschätzt.¹⁾ White (51), S. 309, kann zeigen, daß dieser Kovarianz-Schätzer asymptotisch äquivalent zum White-Schätzer ist. Er kann experimentell nachweisen, daß der Jackknife-Schätzer im Vergleich zum White-Schätzer überlegene Schätzqualitäten in "kleinen" Stichproben besitzt. Campbell benutzt beide Schätzer, um feststellen zu können, inwieweit von den von ihm gewählten Stichprobenumfängen negative Effekte auf die Schätzung der Kovarianzmatrix ausgehen. Da der Jackknife-Schätzer nicht wesentlich vom White-Schätzer abweicht, kann er daraus schließen, daß derartige Effekte gering sind.

1) Diese Formel folgt direkt aus der Definition der Kovarianz:
 $\text{cov}(x, y) = E[(x - E x)(y - E y)]$.

Anhang (17): Testergebnisse Campbell (25)

(17 a) Diskussion der Informationsvariablen

Campbell verwendet Informationsvariablen, die Informationen über den "Zustand" der Renditestruktur enthalten.

- 1) Die Spreads der Zwei- und Sechsmonatsschatzwechsel enthalten nach seinen Angaben die Erwartungen der Wirtschaftssubjekte über die Veränderung der Einmonatszinssätze und zukünftige holding-Prämien. Dies soll im folgenden durch die Zerlegung der Spreads eines Zweimonatswechsels gezeigt werden.

Die Rendite eines Zweiperiodenpapiers kann zerlegt werden in:¹⁾

$$(17.1) P(t,2)^{-0,5} = [(1+R_{t+1}) E_t(1+H_{t+1}) E_t(1+R_{t+2})]^{0,5}$$

Campbell definiert den Spread eines Zweimonatswechsels [SP(2)] als Quotient der ex ante sicheren Renditen eines Zwei- und Einmonatschatzwechsels:²⁾

$$(17.2) SP(2) = P(t,2)^{-0,5} / P(t,1)^{-1} \\ = [(1+R_{t+1}) E_t(1+H_{t+1}) E_t(1+R_{t+2})]^{0,5} / (1+R_{t+1})$$

In logarithmischer Schreibweise kann dafür geschrieben werden:

$$(17.3) sp(2) = 0,5 [r_{t+1} + E_t h_{t+1} + E_t r_{t+2}] - r_{t+1} \\ = 0,5 [E_t r_{t+2} - r_{t+1} + E_t h_{t+1}]$$

- 1) Um eine logarithmische Zerlegung des Spreads zu ermöglichen, wird die holding-Prämie als Quotient definiert: $E_t(1+H_{t+1}) := [E_t(P(t+1,1))/P(t,2)] / (1+R_{t+1})$. Da Campbell logarithmierte Daten verwendet [vgl. Campbell (25), S. 375, Fußnote], entspricht dies auch den von Campbell berechneten holding-Prämien.
- 2) Die in den folgenden Tabellen angegebenen Differenzen sind damit äquivalent, weil Campbell logarithmierte Daten verwendet.

Der Spread entspricht also wie von Campbell (25), S. 376 beschrieben der erwarteten Änderung des kurzfristigen Zinsniveaus $[E_t r_{t+2} - r_{t+1}]$ plus der erwarteten holding-Prämie $[E_t h_{t+1}]$. Bei Gültigkeit von Gleichung (17.3) ist es also möglich, daß der Spread die Variation der ex post holding-Prämie bei einer Regression erklären kann und infolgedessen einen signifikanten Regressionskoeffizienten erhält.

Campbell weist darauf hin, daß sowohl der Spread als auch die holding-Prämie mittels der Einperiodenzinsrate $[r_{t+1}]$ berechnet werden. Systematische Erhebungsfehler bei der Sammlung der r_{t+1} -Daten können deshalb zu einer Scheinkorrelation zwischen Spread und holding-Prämie führen. Da sowohl der Spread, als auch die ex post holding-Prämie Erwartungen über die Einperiodenzinsrate r_{t+2} enthalten, ist es darüberhinaus möglich, daß systematische Prognosefehler bezüglich dieser Zinsrate zu einer Korrelation der beiden Variablen führen, die nicht oder nicht nur auf der erwarteten holding-Prämie beruht.¹⁾

- 2) Das Lag des Spreads eines Zweimonatswechsels enthält bei Gültigkeit von (17.3) die von den Wirtschaftssubjekten im Zeitpunkt $t-1$ erwartete holding-Prämie der Periode t . Sind holding-Prämien konstant, so enthält auch diese Variable Informationen über die holding-Prämie der Periode $t+1$.
- 3) Die aktuelle Rendite eines Einmonatsschatzwechsels gibt das Niveau des "kurzfristigen Endes" der Renditestruktur an und wird von Campbell ohne theoretische Begründung ausgewählt.

- 1) Die oben definierte holding-Prämie kann wie folgt zerlegt werden:

$$(1+H_{t+1, \text{ ex post}}) = [(P(t+1,1)/P(t,2))/(1+R_{t+1})] = \{[1/(1+R_{t+2})]/[1/E_t(1+R_{t+2})]/[(1+R_{t+1})E_t(1+H_{t+1})]\}/(1+R_{t+1})$$

In logarithmischer Schreibweise erkennt man:

$$h_{t+1, \text{ ex post}} = E_t(r_{t+2}) - r_{t+2} + E_t(h_{t+1}).$$

Systematische Prognosefehler der Wirtschaftssubjekte bezüglich r_{t+2} schlagen sich also auch in der ex post berechneten holding-Prämie in Form von $E_t(r_{t+2}) - r_{t+2} \neq 0$ nieder.

(17b) Die Testergebnisse

Tabelle 1

Regression der Überschüßerträge auf die Informationsvariablen (Gleichung(33))

Regressions of excess returns on instrumental variables in the periods 5/1959-8/1979 and 9/1979-11/1983. Heteroskedasticity-consistent and jackknife standard errors are reported in parentheses below each coefficient.^a

Dependent variable	Coefficients on instrumental variables					R ² (DW) (Test 1)	(Test 2) (Test 3)
	Constant	One-month bill rate	Two-month less one-month bill rate	Six-month less one-month bill rate	One-month lag of the two-month bill return less one-month bill rate		
1959-8/1979							
One-month bill return	0.054 (0.100)	0.016 (0.022)	1.160 (0.167)	-0.048 (0.130)	0.068 (0.096)	0.252 [*] (2.187)	
Less one-month bill rate	(0.107)	(0.023)	(0.182)	(0.140)	(0.106)	(3.0%)	(< 0.001%)
Six-month bill return	-0.605 (0.504)	0.057 (0.087)	-0.247 (0.988)	2.083 (0.864)	0.199 (0.403)	0.126 (2.118)	
Less one-month bill rate	(0.547)	(0.091)	(1.086)	(0.948)	(0.445)	(24.9%)	(< 0.001%)
One-year bond return	-2.021 (2.533)	-0.281 (0.553)	-2.549 (5.937)	4.871 (3.833)	3.391 (2.457)	0.032 (2.104)	
Less one-month bill rate	(2.650)	(0.576)	(6.393)	(4.055)	(2.582)	(58.7%)	(19.9%)
Jackknife return	15.487 (10.532)	-3.222 (1.858)	-41.891 (20.706)	0.376 (10.820)	27.862 (7.857)	0.112 ^{ns} (1.863)	
Less one-month bill rate	(11.082)	(1.925)	(22.737)	(11.572)	(8.667)	(3.1%)	(0.06%)
1979-11/1983							
One-month bill return	-1.645 (0.768)	0.199 (0.083)	0.238 (0.564)	0.134 (0.329)	0.380 (0.155)	0.231 (1.872)	
Less one-month bill rate	(0.853)	(0.092)	(0.674)	(0.381)	(0.190)	(2.8%)	(0.01%)
Six-month bill return	-10.340 (3.439)	0.836 (0.357)	-5.227 (2.194)	4.375 (1.387)	0.951 (0.706)	0.199 (1.801)	
Less one-month bill rate	(3.755)	(0.392)	(2.604)	(1.618)	(0.863)	(1.8%)	(< 0.001%)
One-year bond return	-47.460 (24.273)	3.256 (2.344)	-40.994 (14.599)	30.654 (8.217)	1.367 (4.007)	0.157 (1.711)	
Less one-month bill rate	(26.435)	(2.575)	(16.913)	(9.602)	(4.775)	(6.2%)	(0.37%)
Jackknife return	73.543 (31.135)	-7.417 (2.618)	5.384 (21.434)	-3.058 (11.915)	8.268 (5.398)	0.228 (2.365)	
Less one-month bill rate	(34.133)	(2.884)	(24.645)	(13.675)	(6.229)	(0.002%)	(0.54%)

DW is the Durbin-Watson statistic. Test 1 is the significance level for a heteroskedasticity-consistent Wald test of the hypothesis that the first twelve autocorrelations of the equation residuals are jointly zero. Tests 2 and 3 are significance levels for Wald tests of the hypothesis that all regression coefficients except the constant are zero, based on heteroskedasticity-consistent and jackknife standard errors, respectively.

Tabelle 2

Regression der bedingten Varianzen der Überschüßerträge auf die Informationsvariablen (Gleichung(34))

Regressions of squared residuals from table 1 on instrumental variables in the periods 5/1959-8/1979 and 9/1979-11/1983. Heteroskedasticity-consistent and jackknife standard errors are reported in parentheses below each coefficient.^a

Dependent variable Squared residual table 2 regression those dependent variable is	Coefficients on instrumental variables					R ² (Test)	Rho
	Constant	One-month bill rate	Two-month less one-month bill rate	Six-month less one-month bill rate	One-month lag of the two-month bill return less one-month bill rate		
/ 1959-8 / 1979							
two-month bill return							
less one-month bill rate	- 0.303 (0.141)	0.086 (0.037)	- 0.077 (0.129)	0.242 (0.118)	- 0.100 (0.174)	0.086 (0.2%)	0.625
six-month bill return							
less one-month bill rate	- 7.657 (2.985)	1.546 (0.556)	- 8.986 (5.901)	10.781 (5.262)	- 0.913 (2.517)	0.129 (0.6%)	0.835
one-year bond return							
less one-month bill rate	- 45.541 (64.213)	47.584 (14.658)	206.494 (127.702)	- 4.239 (81.247)	- 10.181 (71.684)	0.051 (0.4%)	0.029
stock return							
less one-month bill rate	- 143.785 (743.075)	396.286 (148.742)	- 1918.901 (1476.835)	822.058 (693.492)	1035.346 (589.154)	0.065 (4.8%)	0.216
/ 1979-11 / 1983							
two-month bill return							
less one-month bill rate	- 4.613 (2.172)	0.544 (0.241)	- 0.480 (1.128)	0.908 (0.741)	0.011 (0.265)	0.105 (15.8%)	0.863
six-month bill return							
less one-month bill rate	- 60.125 (38.138)	8.844 (4.317)	- 15.415 (21.552)	4.973 (13.481)	6.137 (4.604)	0.099 (21.7%)	0.644
one-year bond							
less one-month bill rate	- 1767.107 (1230.127)	309.000 (132.558)	- 1086.121 (755.743)	416.423 (414.693)	205.196 (220.361)	0.098 (23.3%)	0.192
stock return							
less one-month bill rate	- 1496.762 (1779.332)	274.649 (138.745)	1181.934 (1088.018)	1786.142 (714.833)	- 304.514 (324.355)	0.132 (14.1%)	- 0.021

^a Test is the significance level for a heteroskedasticity-consistent test of the hypothesis that all regression coefficients are zero except for the constant. Rho is the correlation between the fitted value of this table and the fitted value of table 1 (the correlation between estimated conditional mean and variance).

Tabelle 3

Schätzungen des restringierten linearen Modells der bedingten Überschüßerträge und ihrer Varianzen (Gleichungen (33) und (34))

Estimation of a constrained linear model for conditional means and variances of excess returns. The conditional mean of each excess return is estimated as a linear function of instrumental variables, a constant, the one-month bill rate, the two-month less the one-month bill rate, the six-month less the one-month bill rate, and a one-month lag of the two-month bill return less the one-month bill rate. The conditional variance of each excess return is estimated as a constant, plus the slope coefficient times the conditional mean. The table reports the constant and slope coefficient, with heteroskedasticity-consistent standard errors in parentheses.^a

Excess return	Constant	Slope coefficient	Test
<i>5/1959-8/1979</i>			
Two-month bill return			
less one-month bill rate	0.036 (0.036)	0.227 (0.111)	3.9%
Six-month bill return			
less one-month bill rate	1.072 (0.754)	1.560 (0.851)	3.6%
Ten-year bond return			
less one-month bill rate	114.461 (168.980)	162.351 (315.343)	17.1%
Stock return			
less one-month bill rate	1975.104 (216.329)	-54.214 (23.878)	10.4%
<i>9/1979-11/1983</i>			
Two-month bill return			
less one-month bill rate	-0.484 (0.450)	1.789 (0.579)	83.8%
Six-month bill return			
less one-month bill rate	14.016 (5.660)	5.670 (2.207)	14.9%
Ten-year bond return			
less one-month bill rate	1096.399 (324.903)	22.762 (16.421)	25.8%
Stock return			
less one-month bill rate	1643.548 (413.212)	-41.028 (24.382)	22.3%

^aTest is the significance level for a heteroskedasticity-consistent test of the overidentifying restrictions of the model.

Tabelle 4

Schätzungen des restringierten linearen Modells
der beingten Überschüßerträge und ihrer Kovarianzen
mit den Erträgen eines benchmark-Aktivums
(Gleichungen (33) und (35))

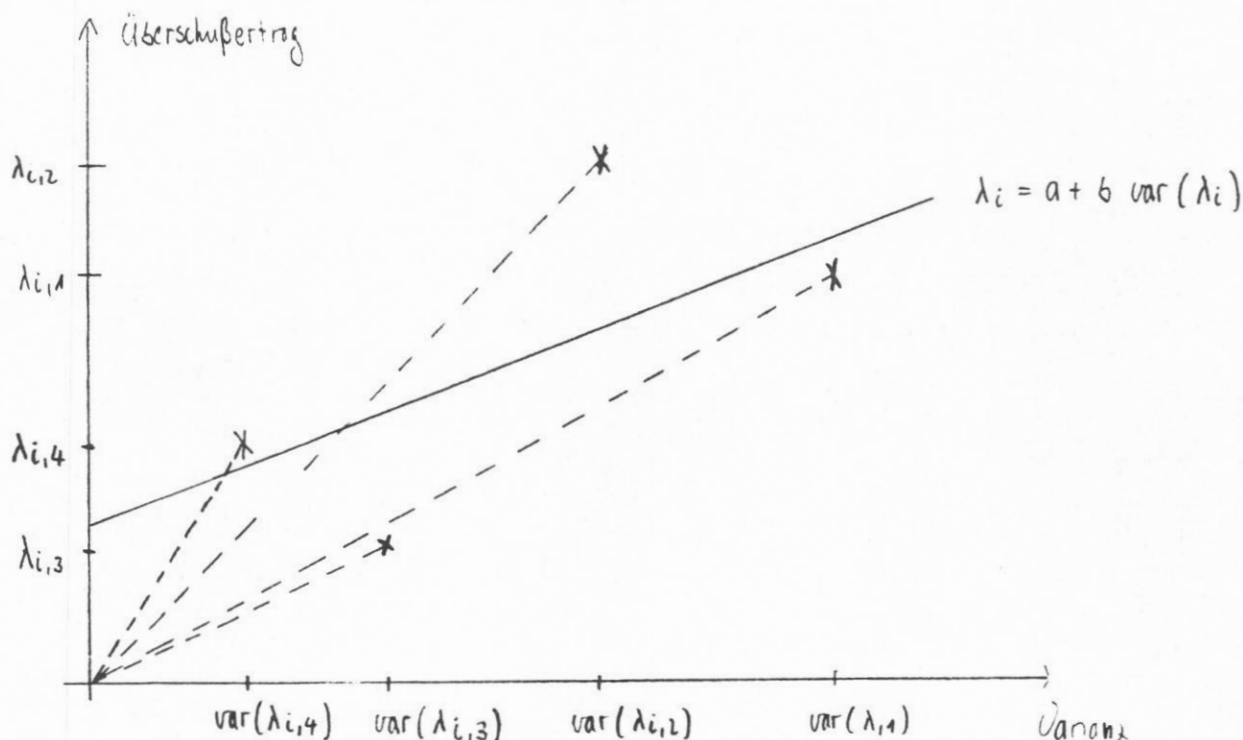
Estimation of a linear model for the conditional means and variance-covariance matrix of excess returns. The conditional mean of each excess return is estimated as a linear function of instrumental variables, a constant, the one-month bill rate, the two-month less the one-month bill rate, the six-month less the one-month bill rate, and a one-month lag of the two-month bill return less the one-month bill rate. The conditional covariance of each excess return with the benchmark return (the cross-product of the residuals from the regressions defining the conditional means of that excess return and the benchmark return) is estimated as an asset-specific constant, plus the slope coefficient times the conditional mean. The table reports the slope coefficient, with heteroskedasticity-consistent standard errors in parentheses.^a

Benchmark return	Slope coefficient	Test 1	Test 2
5/1959-8/1979			
Two-month bill return			
less one-month bill rate	-0.040 (0.074)	< 0.001%	4.2%
Six-month bill return			
less one-month bill rate	0.097 (0.145)	< 0.001%	27.8%
Ten-year bond return			
less one-month bill rate	2.045 (1.050)	< 0.001%	6.1%
Stock return			
less one-month bill rate	5.797 (3.050)	< 0.001%	4.2%

^a Tests 1 and 2 are the significance levels for heteroskedasticity-consistent tests of the hypotheses that the asset-specific constants are zero and that the overidentifying restrictions of the model are satisfied, respectively.

(17 c) Mögliche Auswirkungen zeitlich variabler Proportionalitätsfaktoren $[b_t]$ auf die Schätzung der Beziehungen der ersten und zweiten Momente der Überschüßerträge

Die von den Gleichungen (31) und (32) postulierte Hypothese der Proportionalität der bedingten ersten und zweiten Momente der Überschüßerträge kann in dieser Form nicht getestet werden, weil ein zeitlich variabler Proportionalitätsfaktor $[b_t]$ mit jeder beliebigen Realisation der ersten und zweiten Momente zu vereinbaren wäre. Zu einem Test der Proportionalitätsbeziehung muß deshalb die Zusatzhypothese getroffen werden, daß der Proportionalitätsfaktor konstant ist. Dies ist insofern problematisch als das CCAP-Modell keine a priori Gründe liefert, die eine solche Zusatzhypothese rechtfertigen können. Wie die folgende schematische Regressionsskizze zeigt, kann ein variabler Proportionalitätsfaktor zwischen den ersten und zweiten Momenten eines Überschüßertrages bei den von Campbell geschätzten Regressionssystemen zu einem signifikanten Abso-
lutglied führen.



$\lambda_{i,t}$ mit $t = 1, \dots, 4$ ist in dieser Grafik die Realisation des Überschussertrages in Zeitpunkt t , $\text{var}(\lambda_{i,t})$ die Realisation der entsprechenden Varianz. Die Steigung gestrichelter Verbindungslinien mit dem Ursprung geben jeweils die entsprechenden Proportionalitätsfaktoren an. Es gilt Gleichung (32)

$$\lambda_{i,t} = b_t \text{ var}(\lambda_{i,t}) \text{ für alle } t = 1, \dots, 4$$

Regressiert man jedoch die einzelnen Realisationen der Realisationen der Überschusserträge auf ihre Varianzen, so ergibt sich die mit der durchgezogenen Geraden angedeutete lineare Beziehung zwischen Überschusserträgen und Varianzen:

$$\lambda_{i,t} = a + b \text{ var}(\lambda_{i,t}) \text{ für alle } t = 1, \dots, 4$$

Dieses Beispiel macht deutlich, daß bei den von den Gleichungen (31) und (32) postulierten variablen Proportionalitätsfaktoren die von Campbell geschätzten, signifikanten linearen Beziehungen der bedingten, ersten und zweiten Momente resultieren können.

Anhang (18): Testergebnisse Campbell-Clarida (42)

(18 a) Beschreibung der Informationsvariablen

Campbell-Clarida regressieren die Überschüßerträge auf Informationsvariablen, die aufgrund von a priori Überlegungen Informationen über die erwarteten Überschüßerträge enthalten. Die folgende Numerierung der Informationsvariablen entspricht der Numerierung der Spalten der Regressionskoeffizienten dieser Informationsvariablen in Tabelle 1.

- (1) $R_{3,t}(us) - R_{1,t}(us)$: Spread eines in Dollar denominierten Dreimonatsdeposits $\equiv$ Differenz der ex ante bekannten Renditen eines Drei- und Einmonatsdeposits. Mit einem ähnlichen Verfahren, das bei der Zerlegung des Spreads in Anhang (17 a), Gleichung (17.3), angewendet wurde, kann dieser Spread logarithmisch zerlegt werden:

$$\begin{aligned} R_{3,t}(us) - R_{1,t}(us) = & E_t \Lambda_t^{(3,1)}(us, us) \\ & + (2/3) [E_t R_{1,t+1}(us) - R_{1,t}(us)] \\ & + (1/3) [E_t R_{1,t+3}(us) - E_t R_{1,t+1}(us)] \end{aligned}$$

Er enthält demnach die erwartete roll-over-Prämie eines Dreimonatsdeposits sowie die erwarteten Veränderungen der Renditen zukünftiger Einmonatsdepositen. Bei Gültigkeit dieser Zerlegung besitzt dieser Spread bei einer Regression Erklärungspotential für die Variation der roll-over-Prämie eines Dreimonatsdeposits. Campbell nennt diesen Spread deshalb auch "Spread DER roll-over-Prämie" eines Dreimonatsdeposits.

- (2) $R_{3,t}(us) - R_{3,t}(g)$: DM-Wechselkursspread $\equiv$ Differenz der ex ante bekannten Renditen eines in Dollar und DM denominierten Dreimonatsdeposits. Dieser Spread kann nach Campbell wie folgt zerlegt werden:

$$\begin{aligned} R_{3,t}(us) - R_{3,t}(g) = & E_t \Lambda_t^{(3,3)}(us, g) \\ & + 400 [E_t \log S_{t+3}(g) - \log S_t(g)] \end{aligned}$$

$S_t(g)$ ist der Wechselkurs des Dollars in Zeitpunkt t [Dimension: \$/DM]. Der Wechselkursspread enthält die erwartete Veränderung des Dollarwechselkurses¹⁾ plus die erwartete Wechselkursrisikoprämie.²⁾ Bei Gültigkeit der Zerlegung, enthält also auch der Wechselkursspread Erklärungspotential für die Variation der Wechselkursrisikoprämie.

- (3) $R_{3,t}(us) - R_{3,t}(uk)$: Pfund Sterling-Wechselkurs-spread $\equiv$ Differenz der ex ante bekannten Renditen eines in Dollar und DM denominierten Dreimonatsdeposits. Die Interpretation dieses Spreads ist analog zu (2).
- (4) $R_{3,t}(g) - R_{1,t}(g)$: Spread eines in DM denominierten Dreimonatsdeposits $\equiv$ Differenz der ex ante bekannten Renditen eines Drei- und Einmonatsdeposits. Die Interpretation dieses Spreads ist analog zu (1).
- (5) $R_{3,t}(uk) - R_{1,t}(uk)$: Spread eines in Pfund Sterling denominierten Dreimonatsdeposits $\equiv$ Differenz der ex ante bekannten Renditen eines Drei- und Einmonatsdeposits. Die Interpretation ist analog zu (1).

- 1) Die Skalierung mit 400 ist notwendig, weil die von Campbell verwendeten Dreimonatsdepositen auf Jahresbasis notiert werden. Campbell rechnet diese Erträge deshalb approximativ durch Division mit 1200 auf Monatsbasis um, so daß der auf Dreimonatsbasis umgerechnete Ertrag eines Dreimonatsdeposits gleich $R_{3,t}(us)/400 = R_{3,t}(us)/1200) \cdot 300$ ist [Campbell verwendet dabei zwei Approximationen:
 - 1) $\ln(1 + R_{3,t}/1200) \approx \ln[(1 + R_{3,t})^{1/12}]$,
 - 2) $\ln(1 + R_{3,t}) \approx R_{3,t}$. Bildet man aus diesem auf Dreimonatsbasis berechneten Wert den obigen Spread, so muß die Veränderung des Wechselkurses nicht skaliert werden, da sie ohne Skalierung auf "Dreimonatsbasis berechnet" ist. Durch Multiplikation mit 400, erhält man den obigen Spread.
- 2) Wie bereits in Teil 3.6.3 gesagt, ist die Wechselkursrisikoprämie bei Gültigkeit der Hypothese der ungedeckten Zinsparität Null.

(18b) Testergebnisse

Tabelle 1

$$\lambda_i^{(3,1)}(us, j) = a_j + b_{j1}(R_{3,i}(us) - R_{1,i}(us)) + \sum_{i=2}^3 b_{ji}(R_{3,i}(us) - R_{3,i}(i)) + \sum_{i=2}^3 b_{j,i+2}(R_{3,i}(i) - R_{1,i}(i)) + u_{3,i}^{(j)}$$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	$\chi^2(4)$ $\hat{b}_{ji} = 0$ $i \neq j$	R^2	
Excess return	$\hat{a}_j$ (s.e.)	$\hat{b}_{j1}$ (s.e.)	$\hat{b}_{j2}$ (s.e.)	$\hat{b}_{j3}$ (s.e.)	$\hat{b}_{j4}$ (s.e.)	$\hat{b}_{j5}$ (s.e.)		
$\lambda_i^{(3,1)}(us, us)$	-0.524 (0.387) (0.176)	0.753* (0.223) (0.001)	0.120 (0.084) (0.153)	0.026 (0.049) (0.596)	0.463 (0.462) (0.316)	-0.085 (0.192) (0.658)	6.88	0.169
$\lambda_i^{(3,3)}(us, g)$	-1.297 (9.801) (0.895)	4.251 (2.449) (0.083)	2.093 (1.657) (0.207)	0.368 (1.246) (0.768)	-26.023* (8.016) (0.001)	-10.898* (2.706) (0.000)	36.449*	0.202
$\lambda_i^{(3,3)}(us, uk)$	25.384* (10.719) (0.018)	-2.964 (2.350) (0.207)	-3.622* (1.683) (0.031)	3.865* (1.202) (0.001)	-6.224 (7.501) (0.407)	-8.176* (3.166) (0.010)	20.667*	0.279
$\lambda_i^{(3,1)}(g, g)$	0.454* (0.091) (0.000)	0.174* (0.062) (0.005)	-0.080* (0.019) (0.000)	0.035* (0.013) (0.007)	0.199 (0.137) (0.146)	0.118 (0.071) (0.097)	36.594*	0.216
$\lambda_i^{(3,1)}(uk, uk)$	-0.234 (0.327) (0.474)	0.031 (0.215) (0.885)	0.046 (0.050) (0.358)	-0.045 (0.032) (0.160)	-0.079 (0.383) (0.837)	0.068 (0.223) (0.760)	3.369	0.018
Summary statistics								
	$\lambda_i^{(3,1)}(us, us)$	$\lambda_i^{(3,3)}(us, g)$	$\lambda_i^{(3,3)}(us, uk)$	$\lambda_i^{(3,1)}(g, g)$	$\lambda_i^{(3,1)}(uk, uk)$			
Ex post excess returns								
Means	0.074	3.431	1.808	0.105	0.035			
Standard deviations	1.262	21.746	23.850	0.433	1.006			
Correlations:	$p < 0.05$	$p \approx 0.06$	$p < 0.05$	$p > 0.0575$	$p < 0.05$			
$\lambda(us, us)$	1.000							
$\lambda(us, g)$	-0.314	1.000						
$\lambda(us, uk)$	-0.149	0.492	1.000					
$\lambda(g, g)$	0.230	-0.289	-0.089	1.000				
$\lambda(uk, uk)$	0.158	-0.016	-0.143	0.017	1.000			
Ex ante excess returns								
Means	0.074	3.431	1.808	0.105	0.035			
Standard deviations	0.518	9.776	12.590	0.210	1.133			
Correlations:								
$\lambda(us, us)$	1.000							
$\lambda(us, g)$	0.108	1.000						
$\lambda(us, uk)$	-0.102	0.490	1.000					
$\lambda(g, g)$	0.210	-0.556	0.115	1.000				
$\lambda(uk, uk)$	0.002	-0.289	-0.965	-0.270	1.000			

Ein Stern bedeutet Signifikanz zu einem -Niveau von .05
i=1: us; i=2: g; i=3:uk

Tabelle 2

$$\lambda_i^{(3,n)}(us, j) = a_j + b_j(R_{3,i}(us) - R_{n,i}(j)) + u'_{3,i}$$

$\lambda_i^{(3,1)}(us, us)$	-0.001 (0.136) (0.994)	0.664* (0.224) (0.003)	8.771*	0.076
$\lambda_i^{(3,3)}(us, g)$	-3.336 (5.345) (0.533)	1.606 (1.143) (0.160)	1.974	0.032
$\lambda_i^{(3,3)}(us, uk)$	5.688 (4.676) (0.224)	2.225* (0.855) (0.009)	6.780*	0.133

*In this and all subsequent tables, a * indicates a significance level of at least 5%. Below each coefficient, we report a heteroskedasticity-consistent standard error and the corresponding significance level. The sample period in all regressions is 1976:1 through 1982:52.

Tabelle 3

Latent variable estimates (based upon the five-variable system in table 5).^a

α_0	-0.455* (0.087) (0.000)	β_1	1.000	$\lambda^{(3,0)}(us, us)$
α_1	0.704* (0.072) (0.000)	β_2	-0.576 (1.593) (0.718)	$\lambda^{(3,3)}(us, uk)$
α_2	0.107* (0.018) (0.000)	β_3	-2.094 (2.829) (0.459)	$\lambda^{(3,3)}(us, g)$
α_3	0.023 (0.013) (0.077)	β_4	1.011* (0.119) (0.000)	$\lambda^{(3,4)}(g, g)$
α_4	0.399* (0.091) (0.000)	β_5	1.044* (0.145) (0.000)	$\lambda^{(3,4)}(uk, uk)$
α_5	-0.082 (0.043) (0.057)			

Correlations of estimated latent variable with instruments:

$R(us) - R(us)$	0.690
$R(us) - R(g)$	0.600
$R(us) - R(uk)$	0.455
$R(g) - R(g)$	0.406
$R(uk) - R(uk)$	0.276

^a Value of $\chi^2(20) = 14.489$; significance level = 0.805. The initial values of the α 's are the point estimates in the first row of table 5; the initial values of the β 's are unity. See note to table 4.

Tabelle 4

Latent variable estimates (based upon a system comprised of first three rows of table 5).^a

α_0	-0.512* (0.255) (0.045)	β_1	1.000	$\lambda_t^{(3,1)}(us, as)$
α_1	0.671* (0.131) (0.000)	β_2	-0.501 (2.867) (0.861)	$\lambda_t^{(3,3)}(us, g)$
α_2	0.112 (0.061) (0.066)	β_3	-1.933 (4.455) (0.664)	$\lambda_t^{(3,3)}(us, uk)$
α_3	0.011 (0.028) (0.694)			
α_4	0.382 (0.361) (0.290)			
α_5	-0.058 (0.091) (0.524)			

Correlations of estimated latent variable with instruments:

$R(us) - R(us)$	0.700
$R(us) - R(g)$	0.595
$R(us) - R(uk)$	0.400
$R(g) - R(g)$	0.426
$R(uk) - R(uk)$	0.291

^a Value of $\chi^2(10) = 13.539$; significance level = 0.195. Initial values are as in table 6. See note to table 4.

Tabelle 5

Latent variable estimates (based upon the three-variable system in table 2).^a

α_0	-0.532* (0.251) (0.034)	β_1	1.000	$\lambda_t^{(3,1)}(us, as)$
α_1	0.859* (0.127) (0.000)	β_2	2.248 (2.567) (0.381)	$\lambda_t^{(3,3)}(us, g)$
α_2	0.140* (0.064) (0.029)	β_3	-1.193 (3.715) (0.748)	$\lambda_t^{(3,3)}(us, uk)$
α_3	0.026 (0.034) (0.444)			

Correlations of estimated latent variable with instruments:

$R(us) - R(us)$	0.697
$R(us) - R(g)$	0.607
$R(us) - R(uk)$	0.497

^a Value of $\chi^2(6) = 7.323$; significance level = 0.292. The initial values of the α 's are the point estimates in the first row of table 3; initial values for the β 's are unity. Note: point estimates of some α 's and β 's depend upon choice of initial values; the χ^2 statistic is not materially affected by this choice.

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- (1) Fisher, Irving (1896), Appreciation und Interest, Publications of the American Economic Association, S. 23 - 49, 88 - 92
- (2) Woodward, Susan (1983), The Liquidity Premium and the Solidity Premium, American Economic Review 73, S. 348 - 361
- (3) Lutz, Friedrich (1940 - 41), The Structure of Interest Rates, Quarterly Journal of Economics, S. 36 - 63
- (4) Campbell, John (1986), A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates, The Journal of Finance, S. 183 - 193
- (5) Rubinstein, Mark (1976), The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options, Bell Journal of Economics and Management Science 7, S. 407 - 425
- (6) Breeden, Douglas (1979), An Intertemporal Asset Pricing Modell with Stochastic Consumption and Investment Opportunities, Journal of Financial Economics 7, S. 265 - 296
- (7) Keynes, John Maynard (1930), A Treatise on Money Vol. II, New York, S. 142 - 44
- (8) Hicks, John R. (1946), Value and Capital, zweite Auflage, Oxford, S. 146 - 47 und 151
- (9) Malkiel, Burton (1966), The Term Structure of Interest Rates: Expectations and Behaviour Patterns, Princeton
- (10) Cox, Ingersoll, Ross (1981), A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates, The Journal of Finance 4, S. 769 - 799

- (11) Macaulay, Frederick (1938), Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Stock Prices and Bond Yields in the United States since 1857, National Bureau of Economic Research, New York
- (12) Lutz, Friedrich (1967), Zinstheorie, Polygraphischer Verlag, Tübingen, 2. Auflage
- (13) Modigliani, Franco - Sutch, Richard (1966), Innovations in Interest Rate Policy, American Economic Proceedings 56, S. 178 - 97
- (14) Arrow, Kenneth (1971), Essays in the Theory of Risk Bearing, North-Holland Publishing Company, S. 90 ff
- (15) Fama, Eugen (1984), Term Premiums in Bond Returns, Journal of Financial Economics 13, S. 529 - 546
- (16) Felderer - Homburg (1987), Mikroökonomik und neue Makroökonomik, Springer Verlag, 3. Auflage
- (17) Chang, Hamberg, Hirata (1983), Liquidity Preference as Behaviour Toward Risk is a Demand for Short-Term Securities - Not Money, American Economic Review 73, S. 420 - 27
- (18) Sprenkle, M. (1984), On Liquidity Preference - Again: Comment, American Economic Review 74, S. 809 - 11
- (19) Chang, Hamberg, Hirata, On Liquidity Preference - Again: A Reply, American Economic Review 74, S. 812 - 13
- (20) Kessel, Reuben A. (1965), The Cyclical Behaviour of the Term Structure of Interest Rates, Occasional Paper 91, Columbia University Press
- (21) Merton, Robert (1973), An Intertemporal Asset Pricing Modell, Econometrica 41, S. 867 - 888

- (22) Breeden, Douglas (1979), An Intertemporal Asset Pricing Modell with Stochastic Consumption and Investment Opportunities, Journal of Financial Economics 7, S. 265 - 296
- (23) Robert, Shiller (1982), Consumption, Asset Markets and Macroeconomic Fluctuations, Carnegie - Rochester Conference on Public Policy 17, S. 203 - 238
- (24) Sanford, Grossman - Robert, Shiller (1982), Consumption Correlatedness and Risk Measurement in Economics with Non-Traded Assets and Heterogeneous Information, Journal of Financial Economics 10, S. 195 - 210
- (25) Campbell, John (1987), Stock Returns and the Term Structure, Journal of Financial Economics 18, S. 373 - 99
- (26) Breeden, Douglas (1986), Consumption, Produktion, Inflation and Interest Rates, Journal of Financial Economics 16, S. 3 - 39
- (27) Fama, Eugen (1984), Term Premiums in Bond Returns, Journal of Financial Economics 13, S. 529 - 546
- (28) Morrison, Donald F. (1976), Multivariate Statistical Methods, Mc Graw-Hill Book Company, S. 117 - 153
- (29) Mc Culloch, J. Huston (1987), The Monotonicity of the Term Premium, Journal of Financial Economics 18, S. 185 - 192
- (30) Neuman, Manfred J. M. (1979), Rationale Erwartungen in Makromodellen, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, S. 371 - 401

- (31) Fama, Eugen (1976), Inflation Uncertainty and Expected Returns on Reasury Bills, Journal of Political Economy, S. 427 - 448
- (32) Dunn, Kenneth - Singleton, Kenneth (1986), Modelling the Term Structure of Interest Rates under Non-Separable Utility and Durability of Goods, Journal of Financial Economics 17, S. 27 - 55
- (33) Cornell, B. (1981), The Consumption Based Asset Pricing Modell: A Note on Potential Tests and Applications, Journal of Financial Economics, S. 103 - 108
- (34) Hansen, Lars - Singleton, Kenneth (1982), Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectation Modells, Econometrica 5, S. 1269 - 1284
- (35) Hansen, L. P. (1982 a), Large Sample Properties of Generalized Method of Moment Estimators, Econometrica 50, S. 1029 - 1054
- (36) Mankiw, Rotemberg, Summers (1985), Intertemporal Substitution in Macroeconomics, Quarterly Journal of Economics 100, S. 225 - 252
- (37) Eichenbaum, Hansen (1983), Uncertainty, Aggregation and the Dynamic Demand for Consumption Goods, Carnegie Mellon University
- (38) Eichenbaum, Hansen (1985), Estimating Modells with Intertemporal Substitution using Aggregate Demand Time Series, Carnegie Mellon University
- (39) Ferson - Merrick (1987), Non-Stationarity and Stage-of-the-Business-Cycle Effects in Consumption Based Asset Pricing Relations, Journal of Financial Economics 18, S. 127 - 146

- (40) Hasbrouck, Joel (1985), Ex Ante Risk Premia And Ex Post variance in Linear Return Modells: An econometric analysis, (1986), On the Estimation of Linear Heteroscedasticity Modells, Salomon Brothers Center, New York University
- (41) Keim, Donald - Stambaugh Robert (1986), Predicting Returns in the Stock and Bond Market, Journal of Financial Economics 17, S. 357 - 90
- (42) Campbell, John - Clarida, Richard (1987), The Term Structure of Euromarket Interest Rates, Journal of Monetary Economics 19, S. 25 - 44
- (43) Gibbons, M. - Ferson, W. (1985), Testing Asset Pricing Modells with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio, Journal of Financial Economics 14, S. 217 - 236
- (44) Cox, Ingersoll, Ross (1985), An Intertemporal General Equilibrium Modell of Asset Prices, Econometrica 2, S. 363 - 383
- (45) Kahnemann, Daniel - Tversky, Amos (1974), Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases, Science 185, S. 1124 - 31
- (46) Shiller, Campbell, Schoenholtz (1983), Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates, Brookings Papers on Economic Activity, S. 173 - 215
- (47) Mankiw - Summers (1984), Do Long Term Interest Rates Overreact to Short Term Interest Rates?, Brookings Papers on Economic Activity, S. 223 - 241
- (48) Campbell - Shiller (1984), A Simple Account of the Behaviour of Long Term Interest Rates, American Economic Review, S. 44 - 48

- (49) Shiller, Robert (1979), The Volatility of Long-Term Interest Rates and Expectations Modells of the Term Structure of, Journal of Political Economy, S. 1190 - 1219

- (50) Hasbrouck, Joel (1985), Ex Ante Risk Premia and Ex Post Variance in Linear Return Modells: An econometric analysis, Unpublished paper, Graduate School of Business Administration, New York

- (51) White, Halbert (1980), A Heteroscedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroscedasticity, Econometrica 48

- (52) Mac Kinnon - White, Some Heteroscedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimators with Improved Finite Sample Properties, Journal of Econometrics 29

" Ich versichere, daß die vorstehende Diplomarbeit von mir selbständig ohne unerlaubte fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt wurde und daß ich alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder unveröffentlichten Schriften entnommen sind, als solche gekennzeichnet habe."