

(1) Bestimmung der optimalen Faktoreinsatzmenge bei Gewichtung der Produktionsfaktoren mit ω_1 und ω_2 :

$$L(r_1, r_2) = \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2 + F + \lambda (\bar{y} - r_1^\alpha r_2^\beta)$$

$$\Rightarrow r_1^* = \left(\frac{\alpha}{\beta} \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^\beta \bar{y}$$

$$\Rightarrow r_2^* = \left(\frac{\beta}{\alpha} \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^\alpha \bar{y}$$

(2) Zahlenbeispiel: ω_1 und ω_2 entsprechen dem jeweiligen Marktpreis:

r_1 = Arbeit mit $\alpha = 0,5$

r_2 = Land mit $\beta = 0,5$

ω_i = Marktpreis der Ressource i

ω_1 = 36000 € Lohn je Arbeitskraft bei gegebener Tagesarbeitszeit pro Produktionsperiode

ω_2 = 400 € Pacht je ha pro Produktionsperiode

\bar{y} = 2000 t Getreide

$$\Rightarrow r_1^* = \left(\frac{400 \text{ €}}{36000 \text{ €}} \right)^{0,5} 2000 \text{ t} = \mathbf{211} \text{ Arbeitskräfte}$$

$$\Rightarrow r_2^* = \left(\frac{36000 \text{ €}}{400 \text{ €}} \right)^{0,5} 2000 \text{ t} = \mathbf{18973} \text{ Hektar Ackerfläche}$$

(2) Zahlenbeispiel: ω_1 und ω_2 entsprechen dem jeweiligen Gewicht

ω_1 = 80 kg je Arbeitskraft

ω_2 = 250 kg (=0,3 * 830 kg/m³) * 10000 m² = 2 500 000 kg/ha

$$\Rightarrow r_1^* = \left(\frac{2\,500\,000 \text{ kg}}{80 \text{ kg}} \right)^{0,5} 2000 \text{ t} = \mathbf{353554} \text{ Arbeitskräfte}$$

$$\Rightarrow r_2^* = \left(\frac{80 \text{ kg}}{2\,500\,000 \text{ kg}} \right)^{0,5} 2000 \text{ t} = \mathbf{11} \text{ Hektar Ackerfläche}$$